Il *Prontuarium* di Nepero

Bruno Jannamorelli
Liceo Scientifico “E.Fermi”
Sulmona (AQ)

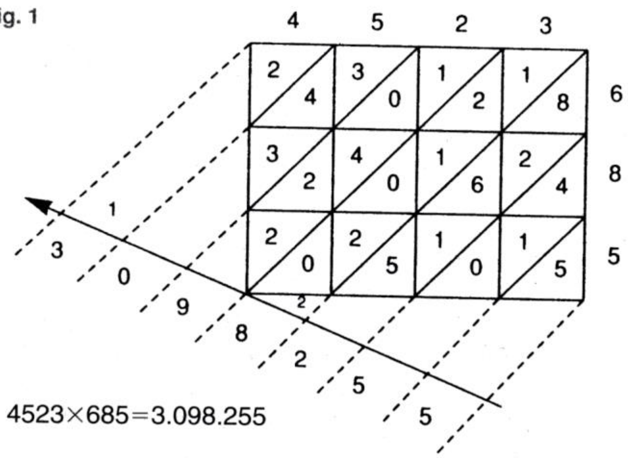
Eseguire dei calcoli è operazione difficile e lenta e, spesso, la noia che ne deriva allontana molti dalla matematica.
Ho cercato sempre, con tutta la forza e il talento che avevo a disposizione, di rendere più spedito questo processo.
(John Napier)

Premessa

Il nome Prontuarium dato da Nepero allo strumento di calcolo che qui descriviamo è poco accattivante. Fa pensare ad una serie di tabelle utili per eseguire calcoli aritmetici e invece è la materializzazione di un antico algoritmo della moltiplicazione: è uno schema usato in India e trasmesso agli arabi, i quali lo chiamarono “a caselle” (dyadwall) o “a reticolo” (chabagah). In Italia, alla fine del 1400, questo metodo era detto “a gelosia” e la motivazione dello strano appellativo si trova nella Summa de Arithmetica (1494) di Luca Pacioli: “*“Gelosia intendiamo quelle graticelle che si costumano mettere alle finestre de le case dove habitano done; acio che non si possino facilmente vedere…”.*

Si tratta di uno schema molto semplice: il moltiplicando e il moltiplicatore si scrivono ai lati di un rettangolo suddiviso in caselle quadrate. Ogni casella viene divisa in due da una diagonale e riempita con i prodotti parziali, come in fig.1. Infine si somma in diagonale, da destra a sinistra, ottenendo così il prodotto richiesto.

Fig. 1



4523×685=3.098.255

È da notare che utilizzando la configurazione riportata in fig.1 c’è anche lo spazio per scrivere i riporti e questo accorgimento fa diminuire la probabilità di errore.

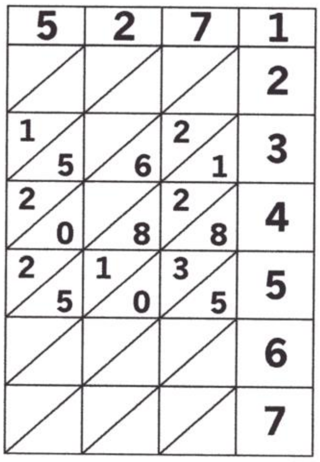
A parte il fastidio di disegnare il reticolo, questo schema oltre che sicuro è anche rapido e per tale motivo la moltiplicazione così eseguita veniva chiamata *"fulminea"*.

I bastoncini di Nepero

Sono una o più serie di asticciole di legno a sezione quadrata con le facce laterali divise in dieci quadrati nei quali, eccetto il primo, è tracciata la diagonale che va dal basso a sinistra in alto a destra. Nel primo quadratino in alto è stampata una delle cifre della base dieci, mentre negli altri quadratini di ogni asticciola sono riportati i multipli del numero che sta in testa: le decine al di sopra della diagonale, le unità al di sotto di questa.

Fig.2 Foto dei Bastoncini di Nepero ricostruiti da B: Jannamorelli

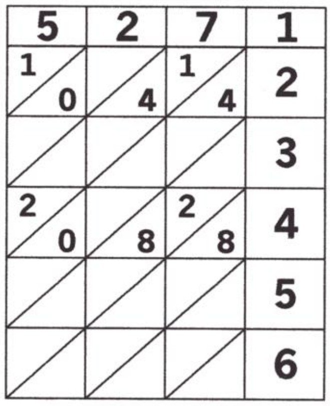
L'uso dei bastoncini di Nepero diventa macchinoso quando si vogliono moltiplicare due numeri aventi ciascuno due o più cifre. Se uno dei due fattori è composto da due o più cifre consecutive (es. 345), con i bastoncini è facile calcolare il prodotto: basta sommare in diagonale i numeri che appaiono nelle caselle triangolari.



Esempio 1

527 x 345 =
$5x10^0 + (0+3+8)x10^1 + (5+1+8+2+1)x10^2 + (2+0+6+2)x10^3 + (2+5)x10^4 + 1x10^5 =$ *181815*.

Se nessuno dei due fattori è composto da cifre consecutive, bisogna trovare sui bastoncini i prodotti parziali e poi sommarli.



527 x 2 = 1054

527 x 4 = 2108

Esempio 2.

527 x 42 = 527 x (40 + 2) = (527 x 40) + (527 x 2) = 21080 + 1054 = 22134

Ovviare a questo inconveniente significa riuscire a materializzare con uno strumento di calcolo l'algoritmo della moltiplicazione "a reticolo".

Dall'algoritmo allo strumento di calcolo

Si tratta di realizzare tante strisce, una per ogni cifra, da disporre verticalmente e altrettante da disporre orizzontalmente. Nella casella quadrata, intersezione della striscia verticale con quella orizzontale, deve comparire il prodotto delle due cifre scritte in testa alle due strisce.
Ma la striscia verticale del 7, ad esempio, deve essere sovrapponibile con una striscia orizzontale che può andare da 0 a 9. Allora la striscia verticale del 7 deve essere divisa in dieci caselle quadrate e ciascuna di esse deve contenere tutti i multipli di 7.
E come si possono disporre tutti questi multipli? E come devono essere realizzate le strisce orizzontali?
Queste domande trovano risposta nel libro di Nepero *Rabdologie, seu numerationis per virgulas* (1617) dove il matematico scozzese descrive uno strumento di calcolo che chiama *"Prontuarium"*.

Come realizzare le strisce del *Prontuarium*

Devono essere realizzate con un materiale solido di colore bianco: Nepero suggeriva l'avorio…, ma legno, cartoncino o plastica vanno benissimo. Se si vogliono moltiplicare due numeri di dieci cifre ciascuno e le cifre possono essere anche tutte uguali, sono necessarie cento strisce verticali e altrettante orizzontali. Ci si può accontentare di moltiplicare numeri più piccoli e allora il numero di strisce scende considerevolmente.
Ciascuna striscia deve essere larga 3cm e lunga 33cm (le misure possono variare in proporzione e la lunghezza dipende dal numero di cifre dei fattori). Continuiamo a descrivere le strisce nel caso in cui i fattori abbiano ciascuno dieci cifre.
Su ogni striscia bisogna lasciare un margine superiore di 2cm ed uno inferiore di 1cm. I restanti 30cm di lunghezza vanno divisi in dieci parti uguali in modo da avere dieci caselle quadrate 3 x 3.

Le strisce verticali vanno collocate con il margine di 2cm in alto mentre quelle orizzontali, da sovrapporre alle prime, con lo stesso margine a destra. Nel margine di 2cm vanno scritte le cifre da 0 a 9 (dieci strisce per ogni cifra).

Strisce verticali

Ogni casella quadrata 3 x 3 delle strisce verticali va divisa con la diagonale ascendente che deve essere marcata bene con una penna o un pennarello non cancellabile. Deve essere inoltre suddivisa con una matita in nove quadratini 1 x 1, ognuno con la diagonale ascendente sempre marcata a matita. È necessario disegnare su un foglio di carta una di queste caselle quadrate scrivendo nei triangolini le lettere riportate in fig. 3.

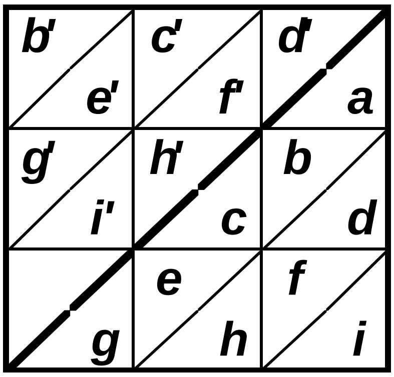


Fig. 3

A questo punto si prende una striscia verticale che porta scritta una cifra ***a*** sul margine superiore (***a*** = 0,1,2,…,9).

- Nei dieci triangolini delle dieci caselle quadrate marcati con la lettera ***(a)*** nella fig. 3, si scrive la cifra ***a*** della striscia presa in considerazione.
- Nei triangolini marcati con le lettere ***b’***, ***b*** vanno scritte rispettivamente la cifra delle decine e quella delle unità del doppio di ***a***. (Se la cifra delle decine è zero si può omettere di scrivere 0).
- Nei triangolini marcati con le lettere ***c’***, ***c*** si scrivono rispettivamente la cifra delle decine e quella delle unità del triplo di ***a***.
- Si continua così a scrivere le cifre del prodotto ***4a*** nei triangolini marcati ***d’***, ***d***; le cifre del prodotto ***5a*** nei triangolini marcati ***e’***, ***e***; le cifre del prodotto ***6a*** nei triangolini marcati ***f’***, ***f***; le cifre del prodotto ***7a*** nei triangolini marcati ***g’***, ***g***; le cifre del prodotto ***8a*** nei triangolini marcati ***h’***, ***h***; le cifre del prodotto ***9a*** nei triangolini marcati ***i’***, ***i***.

La striscia verticale del ***4*** si presenta come in fig. 4, se le caselle quadrate come quelle della fig .3 sono solo cinque e non dieci.

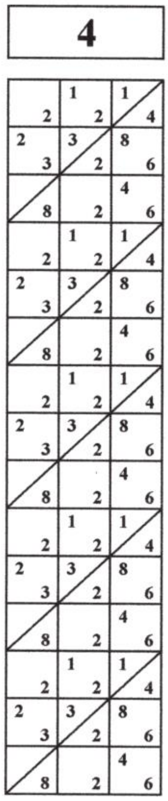


Fig. 4

Non resta che cancellare tutte le linee tracciate a matita lasciando solo la diagonale di ogni casella 3 x 3 e i multipli. La stessa operazione va ripetuta per tutte le altre strisce verticali che si vogliono utilizzare.

Strisce orizzontali

Le strisce orizzontali devono essere sovrapposte a quelle verticali e servono a coprire tutti i multipli inutili, lasciando apparire da due fori solo le cifre del prodotto richiesto.
Per prepararle è necessario dividere ciascuna delle dieci caselle quadrate 3 x 3 con la diagonale discendente che deve essere marcata bene in maniera indelebile. Deve essere inoltre suddivisa con una matita in nove quadratini 1 x 1, ognuno con la diagonale discendente, sempre marcata a matita. Per praticare i fori in ogni striscia al posto giusto, è bene disegnare su un foglio di carta la fig. 4 ruotata di 90° a destra, come viene riportata in fig.5.

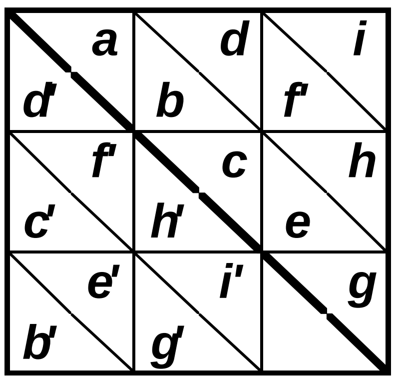


Fig.5

Nella striscia che porta lo zero scritto sul margine di 2 cm non bisogna praticare alcun foro. Nella striscia dell'uno bisogna forare i triangolini marcati con la lettere ***a***. Nella striscia del due si forano i triangolini marcati con le lettere ***b'***, ***b*** e così via fino alla striscia del nove dove si forano i triangolini marcati con le lettere ***i'***, ***i***.
Ecco come si presenta la striscia del ***6***:

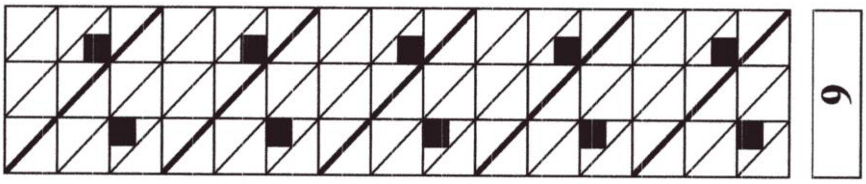


Fig. 6

Ora si possono cancellare tutte le linee disegnate a matita e ripetere la stessa operazione per tutte le strisce che si vogliono utilizzare.

Come assemblare le strisce

Dopo aver realizzato tutte le strisce, Nepero suggerisce di costruire una scatola con due basi quadrate 33 x 33 (di legno o di metallo) separate da quattro colonnine. Uno dei due quadrati è il fondo e su questo si dispone uno strato di dieci strisce verticali del ***9***. Su queste si dispongono, ortogonalmente ad esse, le strisce orizzontali del ***9***. Si procede così a strati di strisce dell'***8*** del ***7*** fino alle strisce dello ***0*** e si poggia sulle quattro colonnine l'altro quadrato che fa da coperchio. Su due lati consecutivi di quest'ultimo quadrato si incollano due stecche, di altezza pari alla somma degli spessori di una striscia verticale e di una orizzontale, che servono da guide. Le colonnine possono essere marcate con le cifre da 0 a 9, come in fig. 7, per segnalare lo strato dove si trovano le strisce con una determinata cifra.

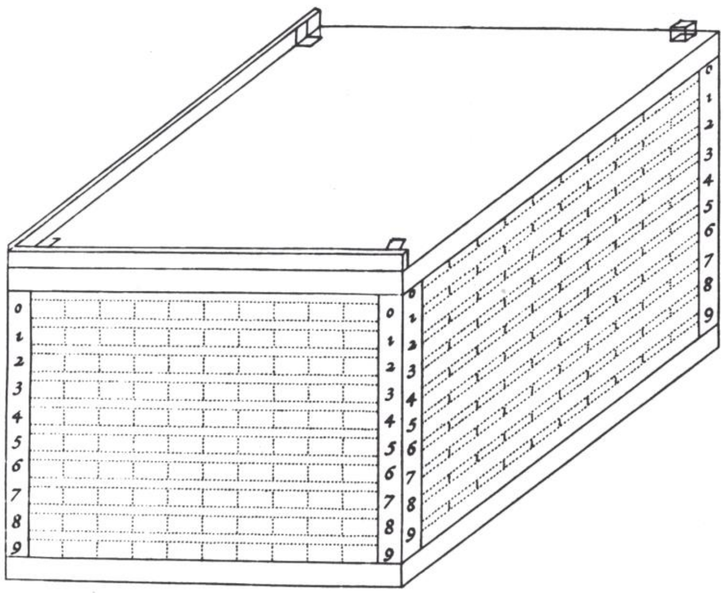


Fig. 7

Uso del *Prontuarium*

Volendo moltiplicare due numeri, si considera il moltiplicando e si accostano a una delle due guide sul quadrato superiore del *Prontuarium* le strisce verticali corrispondenti alle cifre che formano il moltiplicando stesso.
A queste strisce si sovrappongono le strisce orizzontali che formano il moltiplicatore. Per calcolare il prodotto non resta che sommare i numeri che appaiono dai fori lungo le bande in diagonale.

Nella foto è raffigurato il prodotto 934 x 314

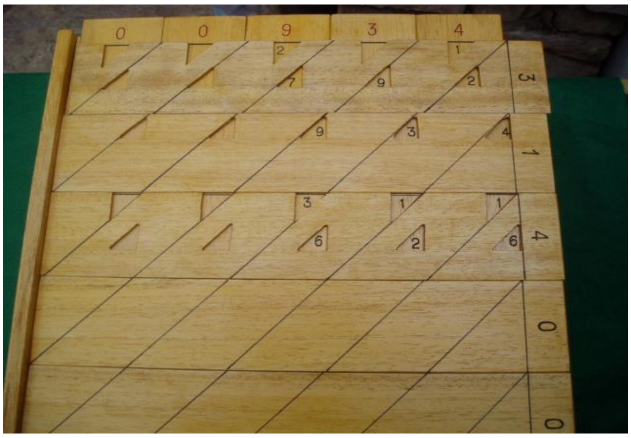


Fig.8 Foto del *Prontuarium* ricostruito da Bruno Jannamorelli

Bibliografia

[1] John Napier, *Rabdology*, tradotto da W.F.Richardson, The MIT press, Cambridge, Massachusetts, 1990.
[2] B. Jannamorelli, *Strumenti di calcolo aritmetico ingenui … ma ingegnosi*, Ed. Qualevita, Torre dei Nolfi (AQ), 1995.
[3] B. Jannamorelli, *Antichi strumenti rabdologici di calcolo aritmetico*, Didattica delle Scienze. N° 215 ott. 2001, Ed. La Scuola, Brescia