

Matematica è intercultura

di Bruno Jannamorelli
Liceo Scientifico “E.Fermi”
Sulmona

*Quale la mia sorpresa quando potei osservare,
invece, uno spettro di vividi colori
grossolanamente oblungo con l'asse disposto
perpendicolarmente a quello del prisma.*

Isac Newton

Premessa

Negli ultimi due secoli, la visione eurocentrica della storia ha esaltato i successi in campo scientifico e tecnologico dei Paesi europei e nordamericani. Il resto dell'umanità non solo non ha contribuito al progresso ma non ha radici culturali: questa è l'opinione diffusa. Gli indios, i pellerossa, gli africani o gli asiatici iniziano ad esistere solo da quando vengono “scoperti” dagli europei.

Una tale concezione della storia crea razzismo, odio tra i popoli e non solo rassegnazione o sottomissione da parte dei poveri, privi di tutto, anche di radici culturali. Ma studi recenti dimostrano che la storia è andata diversamente. Sembra che l'India, la Cina, parte dell'Africa, l'America Latina avessero sviluppato conoscenze scientifiche e tecnologiche molto tempo prima che iniziassero le occupazioni dell'Europa nei loro territori. Allora il problema diventa un altro. Dobbiamo chiederci perché la scienza non ha registrato progressi in queste aree ma si è sviluppata solo in Europa e in Nord America o, più recentemente, in Giappone.

Il contributo che si vuole portare in queste pagine riguarda soltanto la storia, o meglio le storie, della matematica. Senza avere la pretesa di presentare in maniera esaustiva i vari canali dello sviluppo delle matematiche ma solo sottoporre ad attenta riflessione alcune tematiche riguardanti i sistemi di numerazione, la geometria, il calcolo aritmetico e algebrico.

Questi temi potrebbero diventare spunti didattici per insegnanti di scuola primaria o secondaria e potrebbero favorire una formazione interculturale degli allievi o almeno dovrebbero far acquisire la consapevolezza che il sapere matematico è un'eredità comune a tutta l'umanità.

L'evoluzione del sapere matematico dal punto di vista eurocentrico

I testi classici di storia della matematica scritti in Europa o negli Stati Uniti tra il 1850 e il 1950 fanno risalire le origini di questa scienza agli antichi greci (dal 600 a.C. al 400 d.C.). Poi segue un intervallo di inattività di un migliaio di anni (il Medioevo) e finalmente si riscopre la matematica greca e si va avanti fino alle scoperte di oggi.

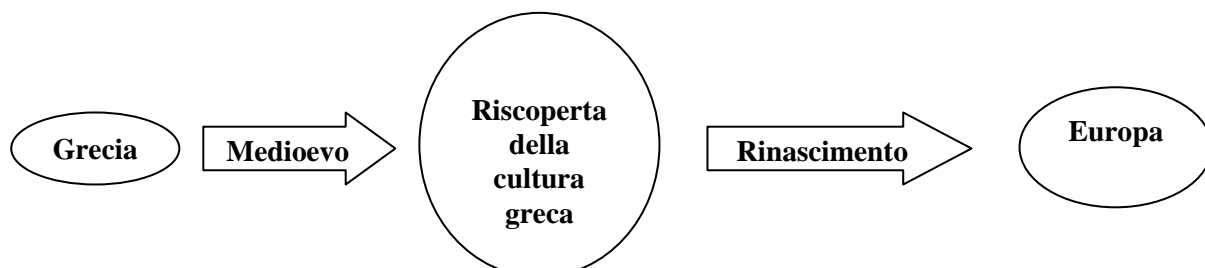


Fig. 1 Concezione eurocentrica dello sviluppo della matematica

Nel brano seguente, di un famoso storico della matematica, viene sancito il luogo di nascita della matematica: *“La matematica come disciplina organizzata e indipendente non esisteva prima dell’entrata in scena dei Greci del periodo classico compreso fra il 600 e il 300 a.C. Vi furono tuttavia civiltà anteriori in cui vennero creati i primi rudimenti della matematica”*. (Morris Kline, [1], pag.21).

Il percorso riportato in fig.1 viene sintetizzato dalle parole di Morris Kline:

“[La matematica] si assicura definitivamente un nuovo appiglio alla vita nel terreno altamente congeniale della Grecia e si fortifica per un breve periodo... Con il declino della civiltà greca la pianta rimane inattiva per un migliaio di anni ... quando la pianta viene trapiantata nell’Europa propriamente detta e ancora una volta attecchisce in un terreno fertile”. (M. Kleine, 1953)

La concezione eurocentrica si è rivelata impermeabile a documentazioni e testimonianze nuove come, ad esempio, la traduzione di Thibaut nel 1875 dei *Sulbasutra* (Le regole della corda): un’opera che fa risalire la matematica indiana a un periodo compreso tra l’800 e il 500 a.C. ed è quindi antica almeno quanto la matematica greca. D’altra parte sono gli stessi greci a testimoniare di aver attinto conoscenze matematiche da altre civiltà. L’insigne matematico Eudosso aveva studiato in Egitto prima di diventare il maestro di Aristotele. Ma due secoli prima (500 a.C.), Talete e Pitagora, i fondatori della matematica greca, viaggiarono molto in Egitto e in Mesopotamia dove appresero conoscenze e tecniche di calcolo. Qualcuno sostiene che Pitagora abbia raggiunto anche l’India (o almeno la Persia) per spiegare i parallelismi tra la filosofia indiana e quella della scuola pitagorica. D’altra parte, esistono scritti di antichi greci che testimoniano i legami della matematica greca con quella di altre civiltà precedenti.

In un intermezzo storico scritto da Proclo nel *Commento al I Libro degli Elementi di Euclide*, troviamo:

Seguendo la tradizione generale diremo che gli Egiziani furono i primi inventori della geometria e che essa nacque dalla misura dei campi, la quale essi dovevano sempre rinnovare in causa delle inondazioni del Nilo, che cancellavano tutti i confini delle proprietà.

Non deve recar meraviglia se un bisogno pratico sia stato l’occasione della scoperta di questa come di altre scienze, dal momento che qualunque cosa soggetta a generazione procede dall’imperfetto al perfetto; dalla sensazione al ragionamento, da questo all’intelligenza pura havvi dunque un progresso naturale.

Ora poi, nella stessa guisa che presso i Fenici, a cagione del traffico e delle operazioni commerciali a cui si dedicavano, ebbe principio l’esatta conoscenza dei numeri, così per la ragione anzidetta la geometria venne inventata dagli Egiziani.

La stessa testimonianza è stata riportata da Erodoto, storico greco vissuto nel V secolo a.C., (*Storie, II*):

Sesostri [il faraone Ramsese II, 1300 a.C. circa] divise la terra in lotti e la distribuì in parti quadrate di uguale grandezza, dai cui prodotti esigeva un tributo annuo. [Se] un appezzamento di un uomo qualsiasi veniva danneggiato dallo straripamento del fiume [...] il Re [...] mandava ispettori per quantificare l’estensione del danno, affinché potesse pagare in futuro un giusto adeguamento del tributo al quale la sua proprietà era stata assoggettata. Forse fu così che venne inventata la geometria, la quale successivamente passò in Grecia.

Modifica della visione eurocentrica

Le ricerche archeologiche e gli studi compiuti nel XX secolo hanno avvalorato l'esistenza di conoscenze matematiche in civiltà precedenti quella greca. Lo schema di fig.1 può essere modificato in quello della fig. 2 dove vengono riconosciuti i contributi dell'Egitto e della Mesopotamia.

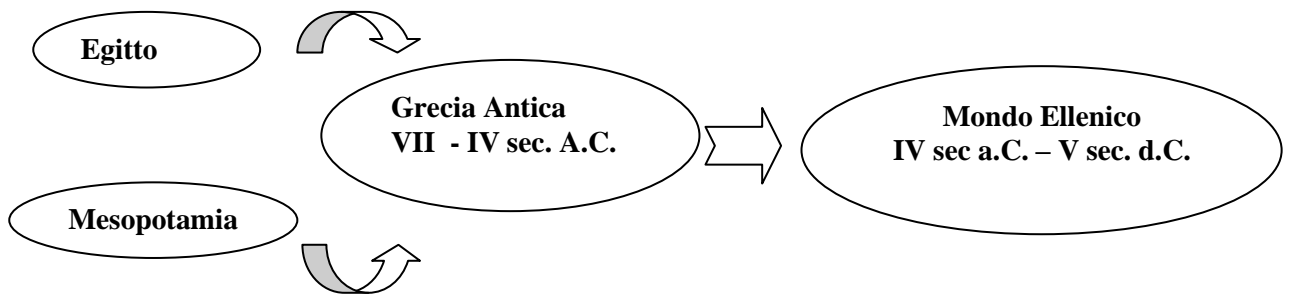


Fig.2 Parziale modifica della concezione eurocentrica

Viene anche distinta la matematica della Grecia antica da quella del mondo Ellenico. Infatti, dopo la morte di Alessandro Magno (356-323 a.C.), il vasto impero persiano venne diviso tra i generali del grande conquistatore i quali fondarono varie dinastie. Le due dinastie che svilupparono maggiormente la matematica furono quella dei tolemaici in Egitto e quella dei Seleucidi tra il Tigri e l'Eufrate. Nel 332 a.C. fu fondata Alessandria d'Egitto che diventò il più famoso centro commerciale e culturale. Fin dall'inizio fu una città cosmopolita che attraeva mercanti e studiosi provenienti anche dalla lontana India.

Alessandria riuscì a mantenere contatti con la dinastia dei Seleucidi diventando un crogiuolo di idee che portò alla fusione della tradizione algebrica-empirica della matematica babilonese ed egizia con la geometria deduttiva della matematica greca. Pertanto, anche se la lingua parlata ad Alessandria fu quella greca, la matematica alessandrina si allontanò dalla matematica greca e una testimonianza della mescolanza di varie tradizioni sono le opere di grandi matematici come Archimede, Erone, Diofanto e Pappo.

I romani non coltivarono la matematica, come testimonia lo stesso Cicerone:

“I Greci tennero il geometra nella più alta considerazione e di conseguenza nulla compì fra loro progressi più brillanti della matematica.

Noi invece abbiamo fissato come limite di quest'arte la sua utilità per misurare e per contare”.

Anzi bloccarono lo sviluppo di questa disciplina come sostiene Kline:

“Fino a quando la civiltà alessandrina fu governata dalla dinastia dei Tolomei, essa continuò a fiorire. Il primo disastro fu l'avvento dei Romani, il cui ruolo nella storia complessiva della matematica fu quello di agenti distruttori”.

Morris Kline ([1], pag. 208)

Ma lo stesso autore continua a sottovalutare i contributi matematici portati da altre civiltà diverse da quella greca: si tratterebbe solo dello “...scarabocchiare di bambini che stanno imparando a scrivere in confronto alla grande letteratura.” (M. Kline, *Mathematics: A cultural Approach*, Addison-Wesley, Reading, 1962).

E nei testi scolastici ancora oggi si continua a mettere in risalto solo la numerazione romana, certamente la più rozza, e si continua a chiamare una delle fonti più importanti della matematica egizia che pure porta la firma del suo autore, lo scriba Ahmes, con il nome papiro di Rhind, collezionista inglese che lo acquistò nel 1858.

Il Medioevo: buio in Europa, luce nel mondo arabo

I testi scolastici di storia presentano il Medioevo come il periodo dell'oscurantismo: soprattutto in campo scientifico, in Europa si dorme profondamente. Forse andrebbe rivalutato il lavoro duro e silenzioso dei monaci amanuensi che raccoglievano il sapere scientifico preparando il terreno per la riscoperta della matematica greca. Ma, allargando l'orizzonte, si scopre che altrove, nel mondo arabo, c'era tutto un fiorire di matematici.

Nel medioevo, gli studiosi arabi scoprirono e tradussero le opere matematiche scritte in India, in Cina e nel mondo ellenistico. Un importante centro di studio, in Persia, fu Jund-i-Shapur nel VI secolo d.C. (prima dell'avvento dell'Islam). Qui trovarono rifugio alcuni degli studiosi dell'Accademia di Platone, quando fu chiusa nel 529 d.C..

In seguito l'interesse culturale si spostò verso Baghdad, in Iraq, con la sua favolosa biblioteca collocata nel Bait al-Hikma (la casa della saggezza) e poi verso il Cairo, in Egitto, in Spagna nelle città di Cordoba e Toledo, in Sicilia e quindi in tutta l'Europa occidentale.

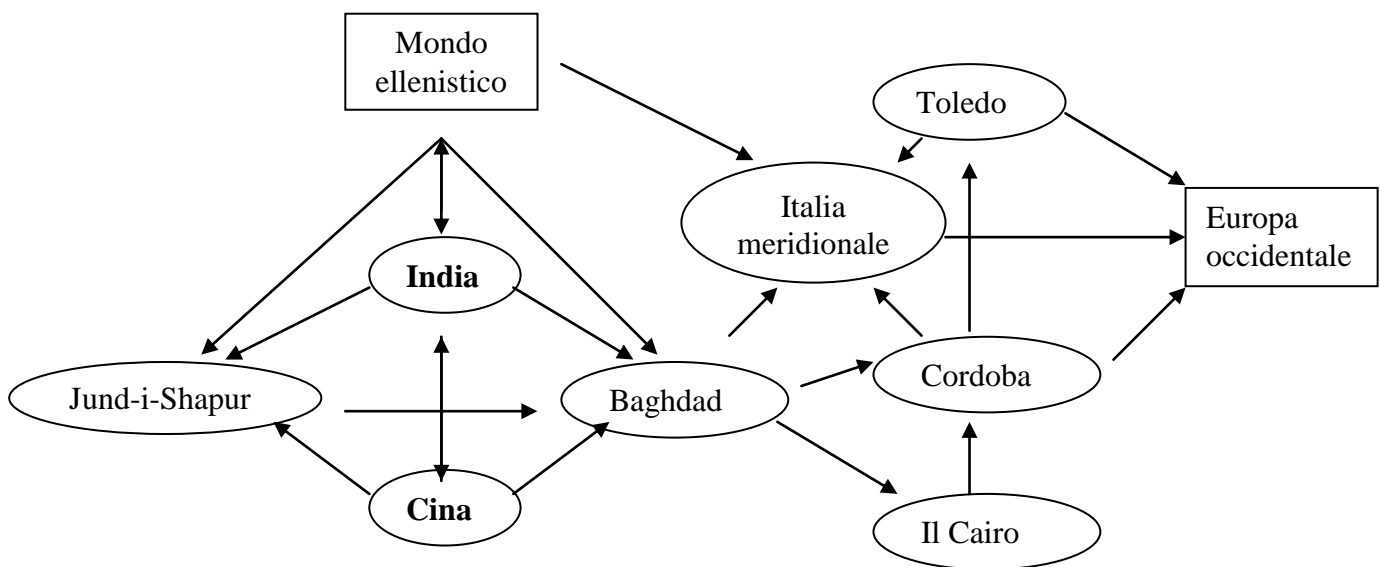


Fig.3

Un membro insigne della “casa della saggezza”, Muhammad ibn Musa al-Khuwarizmi (825 d.C circa), scrisse un libro dal titolo *Hisab al-jabr w'al-muqabala* (tradotto in latino nel XII secolo con il titolo *Liber algebrae et almucabola*) tanto importante da dare il nome all'algebra (al-jabr). In un secondo libro, del quale rimane solo una traduzione latina *Algorithmi de numero indorum*, al-Khuwarizmi presenta il sistema numerico indiano. Nonostante i suoi sforzi per dimostrare l'origine indiana di quei simboli che ancora oggi usiamo, le traduzioni successive del libro attribuirono all'autore arabo la numerazione indiana. E da allora in Europa, qualunque schema di calcolo che facesse uso delle cifre indiane fu chiamato *algorismo* o, più avanti, *algoritmo* (una storpiatura latina di al-Khuwarizmi) e i numeri furono chiamati arabi.

Un ruolo importante nella diffusione delle conoscenze matematiche in Europa lo ebbero alcune città della Spagna e della Sicilia. Si racconta che Gherardo da Cremona (1114 – 1187 circa) rimase vent'anni a Toledo copiando o traducendo ottanta manoscritti di scienza araba e greca che

in seguito si diffusero in tutta Europa. Ma altri studiosi europei, come Adelardo di Bath, Platone di Tivoli, Roberto di Chester, soggiornarono per anni in Spagna alla ricerca del sapere arabo o greco. Tutto questo testimonia, come vedremo meglio più avanti, che nel periodo del Medioevo oscuro per l'Europa ci fu la rinascita della matematica nel mondo arabo e l'apogeo di questa disciplina in India e in Cina.

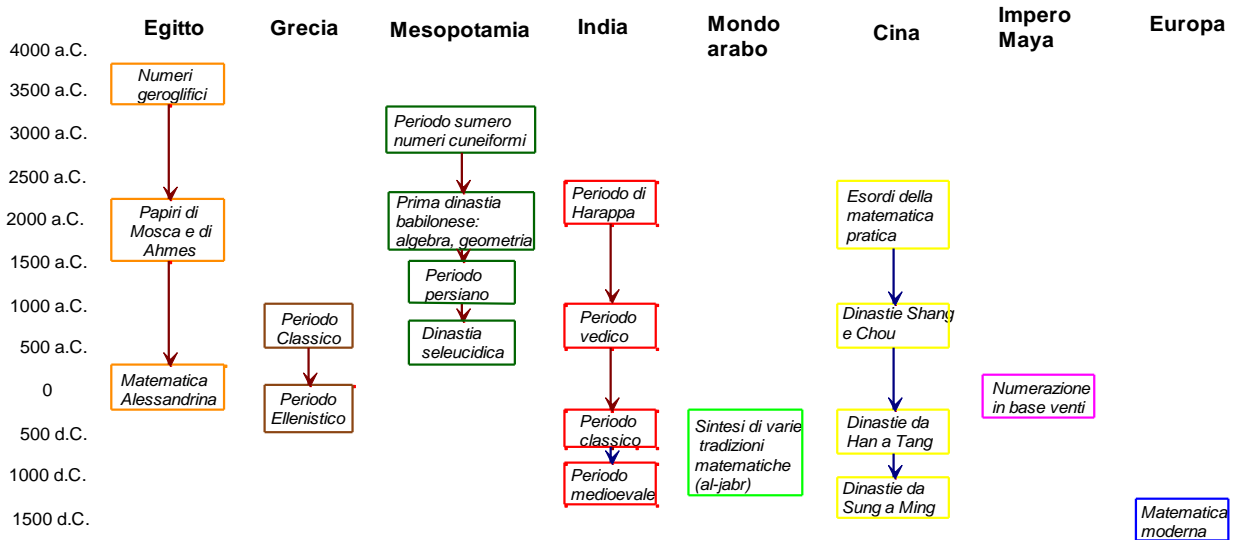


Fig. 4

L'osso ishango: un gioco aritmetico o il primo strumento di calcolo?

Circa ventimila anni fa, sulle rive del lago Edoardo, una delle sorgenti più lontane del Nilo, abitava una piccola comunità vissuta poche centinaia di anni. Quel insediamento neolitico fu sepolto dall'eruzione di un vulcano. È stato chiamato Ishango dopo che gli scavi archeologici, condotti nel 1962 da J. De Heizelin, hanno riportato alla luce i resti umani e vari strumenti di quella comunità.



Fig. 5

Il reperto più interessante, dal punto di vista matematico, è un osso pietrificato di colore marrone scuro sul quale sono incisi alcuni segni: è l'osso ishango, conservato nel Museo Storia Naturale di Bruxelles (a 100 metri dal Parlamento Europeo).



Fig. 6



I segni sono disposti in tre righe come nel disegno di fig 6. Sulla riga (a) sono riportati i numeri $9 = 10 - 1$, $19 = 20 - 1$, $21 = 20 + 1$, $11 = 10 + 1$ che fanno pensare ad un sistema di numerazione decimale. La riga (b) riporta i numeri primi compresi tra 10 e 20. La somma dei numeri raffigurati sulla riga (a) e sulla riga (b) è 60. La riga (c) potrebbe essere vista come una parziale tabellina del 2 a dimostrazione della conoscenza del concetto di duplicazione (5, 5, 10), (8, 4) e (6, 3).

Forse quelle popolazioni vissute nel cuore dell’Africa raggiunsero l’Egitto e ne influenzarono la cultura come testimoniano reperti archeologici o antichi documenti. Tuttavia l’osso ishango non può rappresentare una prova sulle conoscenze matematiche risalenti a 20000 anni fa. Rimane un enigma. Una interpretazione più plausibile può essere fondata su un’altra ipotesi: quei segni rappresentano la registrazione delle diverse fasi lunari. Questo confermerebbe lo stretto legame tra matematica e astronomia stabilito dall’uomo primitivo per stimolare la conoscenza e per pianificare le attività agricole. È un legame che ci conduce all’accostamento delle costellazioni ai miti greci come prima organizzazione dello spazio fondata sul concetto di “vicinanza” e non di distanza.

Sistemi di numerazione

Le fonti attuali indicano che nella storia della matematica il valore posizionale nei sistemi di numerazione è stato scoperto da cinque civiltà diverse in maniera indipendente:

1. A partire dal 2000 a.C i Babilonesi raffinarono il sistema di numerazione dei Sumeri conservando la base sessanta ma adottando un vero e proprio sistema posizionale. Utilizzavano solo due simboli per scrivere l’uno e il dieci:


 → uno
 
 → dieci

La rappresentazione dei numeri inferiori a sessanta era additiva e ingombrante come nella notazione egizia.

1	𐎠	11	𐎠𐎠	21	𐎠𐎠𐎠	31	𐎠𐎠𐎠𐎠	41	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	51	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠
2	𐎡	12	𐎠𐎡	22	𐎠𐎡𐎡	32	𐎠𐎡𐎡𐎡	42	𐎠𐎡𐎡𐎡𐎠	52	𐎠𐎡𐎡𐎡𐎠𐎠
3	𐎢	13	𐎠𐎢	23	𐎠𐎢𐎢	33	𐎠𐎢𐎢𐎢	43	𐎠𐎢𐎢𐎢𐎡	53	𐎠𐎢𐎢𐎢𐎡𐎠
4	𐎣	14	𐎠𐎣	24	𐎠𐎣𐎣	34	𐎠𐎣𐎣𐎣	44	𐎠𐎣𐎣𐎣𐎢	54	𐎠𐎣𐎣𐎣𐎢𐎠
5	𐎤	15	𐎠𐎤	25	𐎠𐎤𐎤	35	𐎠𐎤𐎤𐎤	45	𐎠𐎤𐎤𐎤𐎣	55	𐎠𐎤𐎤𐎤𐎣𐎠
6	𐎥	16	𐎠𐎥	26	𐎠𐎥𐎥	36	𐎠𐎥𐎥𐎥	46	𐎠𐎥𐎥𐎥𐎤	56	𐎠𐎥𐎥𐎥𐎤𐎠
7	𐎦	17	𐎠𐎦	27	𐎠𐎦𐎦	37	𐎠𐎦𐎦𐎦	47	𐎠𐎦𐎦𐎦𐎥	57	𐎠𐎦𐎦𐎦𐎥𐎠
8	𐎧	18	𐎠𐎧	28	𐎠𐎧𐎧	38	𐎠𐎧𐎧𐎧	48	𐎠𐎧𐎧𐎧𐎦	58	𐎠𐎧𐎧𐎧𐎦𐎠
9	𐎨	19	𐎠𐎨	29	𐎠𐎨𐎨	39	𐎠𐎨𐎨𐎨	49	𐎠𐎨𐎨𐎨𐎧	59	𐎠𐎨𐎨𐎨𐎧𐎠
10	𐎩	20	𐎩	30	𐎩𐎩	40	𐎩𐎩𐎩	50	𐎩𐎩𐎩𐎩		

La novità, rispetto alla numerazione egizia, consiste nel fatto che i babilonesi, già dal 2500 a.C., avevano intuito la possibilità di assegnare ai due simboli cuneiformi dell'uno e del dieci valori diversi dipendenti dalle loro posizioni relative.

Pertanto scrivevano numeri maggiori di sessanta in questo modo:

$$64 = 1 \times 60 + 4$$

$$132 = 2 \times 60 + 12$$



$$4803 = 1 \times 60^2 + 20 \times 60 + 3$$



2. All'inizio dell'era cristiana i cinesi utilizzavano il valore posizionale nei loro calcoli numerici con le asticelle.

					┌	└	┌┌	┌┌┌
1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	==	===	====	=====	└	└└	└└└	└└└└
10	20	30	40	50	60	70	80	90

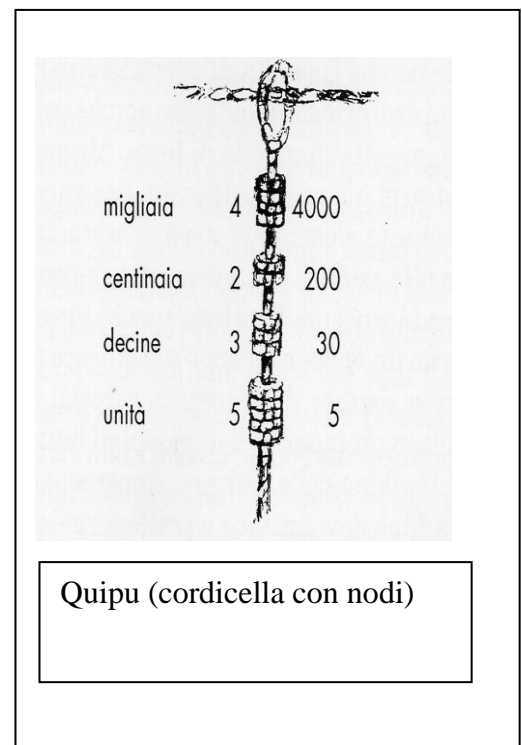
3. Durante la prima metà del primo millennio dell'era cristiana i maya avevano sviluppato un sistema numerico posizionale in base venti.

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
—	• —	•• —	••• —	•••• —
10	11	12	13	14
==	• ==	•• ==	••• ==	•••• ==
15	16	17	18	19
===	• ===	•• ===	••• ===	•••• ===
20	21	22	23	24
• 	•	••	•••	••••
25	26	27	28	29
• —	• —	•• —	••• —	•••• —

4. Prima di essere “scoperti” dai conquistadores europei gli incas registravano i numeri con i quipu utilizzando un sistema posizionale decimale.



Fig. 7



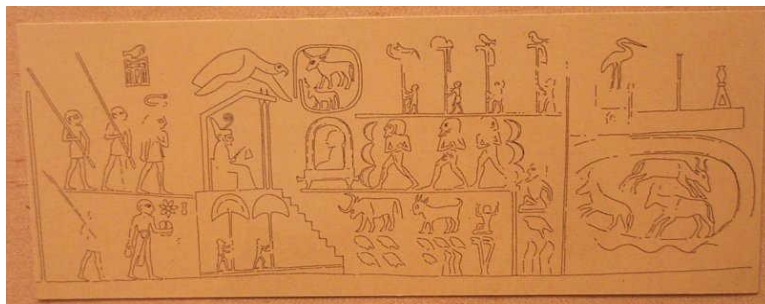
5. Tra il III e il V secolo d.C., i matematici indiani usavano un sistema di numerazione posizionale in base dieci che viene oggi usato in tutto il mondo.

Antichi sistemi di numerazione additivi

Altre grandi civiltà hanno invece utilizzato sistemi numerici additivi. Molto interessante era la numerazione egizia che permetteva di eseguire con facilità calcoli molto complessi.

1. Gli egiziani usavano geroglifici speciali per rappresentare le potenze di dieci, da uno a dieci milioni.

- Uno era scritto con un'asta verticale (un pezzetto di corda)
- Dieci era rappresentato con un pezzo di corda a ferro di cavallo
- Cento era un giro di corda avvolto
- Mille era un fior di loto
- Diecimila era indicato con un dito piegato
- Centomila era un girino (indicava genericamente un numero grande)
- Un milione era disegnato come un uomo con le braccia alzate
- Dieci milioni era il sole nascente (associato al dio Sole)



Sviluppo piano della testa della mazza del re Narmer (3000 a.C.) che riporta un probabile bottino di guerra: 400000 buoi, 1422000 capre, 120000 prigionieri

2. Il sistema di numerazione dei romani (abbastanza simile a quello dei Greci) era sicuramente molto primitivo e di scarso interesse anche se sui libri di testo delle nostre scuole viene presentato come il più importante dell'antichità.

Le terne pitagoriche ... prima di Pitagora

Una terna pitagorica è formata da tre numeri che rappresentano le lunghezze dei lati di un triangolo rettangolo: la somma dei quadrati di due di essi (i cateti) è uguale al quadrato del terzo (l'ipotenusa). Il nome assegnato alla terna ricorda il famoso teorema di Pitagora (500 a.C.).

Ma una delle testimonianze più antiche dell'utilizzazione di questo teorema si trova su una tavoletta d'argilla, risalente all'antico impero babilonese della dinastia Hammurabi (1800 – 1600 a.C.). Attualmente è custodita all'Università di Yale negli Stati Uniti e appare come un ciottolo di circa 7,5 cm di diametro.



Fig. 8

Lo storico della matematica indiano George Gheverghese Joseph la definisce “un capolavoro babilonese”^[2] e la disegna come in fig. 9

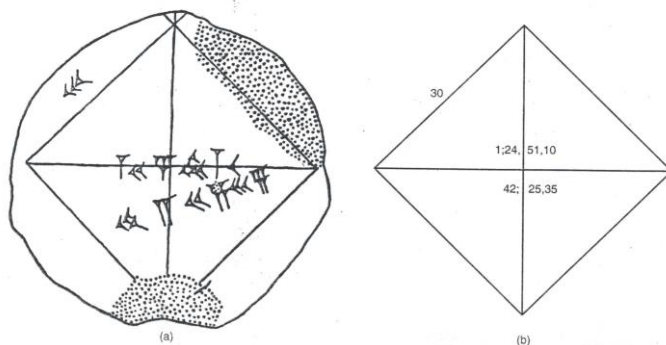


Fig.9

Nel disegno (a) si nota meglio il quadrato con le diagonali e tre numeri scritti con i caratteri cuneiformi. Nel disegno (b) gli stessi numeri sono scritti con i caratteri a noi più familiari.

- Il numero scritto sul lato del quadrato è 30 e rappresenta la lunghezza del lato.
- Il numero scritto al centro 1;24,51,10 (secondo la notazione di Neugebauer) nella numerazione decimale è:

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} \cong 1 + 0,4 + 0,01416667 + 0,0000463 = 1,41421297$$

Il confronto con $\sqrt{2} \cong 1,41421356$ porta a concludere che la stima dei babilonesi è corretta fino alla quinta cifra decimale: una straordinaria approssimazione di $\sqrt{2}$ utilizzata ancora da Tolomeo (150 d.C.) dopo quasi duemila anni.

- L'altro numero scritto al centro, al di sotto del precedente

$$42;25,35 = 42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{60^2}$$

è ottenuto moltiplicando 1;24,51,10 per la lunghezza del lato del quadrato e rappresenta la lunghezza della diagonale:

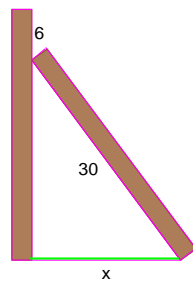
$$\begin{aligned} (1;24,51,10) \cdot 30 &= \left(1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}\right) \cdot \frac{60}{2} = 30 + 12 + \frac{51}{2 \cdot 60} + \frac{5}{60^2} = 42 + \frac{50+1}{2 \cdot 60} \cdot \frac{60}{60} + \frac{5}{60^2} = \\ &= 42 + \frac{25}{60} + \frac{30}{60^2} + \frac{5}{60^2} = 42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{60^2} \end{aligned}$$

Questa tavoletta è la prova che i Babilonesi conoscevano e utilizzavano il teorema di Pitagora più di mille anni prima del filosofo greco a cui viene attribuito.

La conferma di ciò si trova in molte tavolette d'argilla che riportano problemi di geometria risolti dai babilonesi come, ad esempio, quello trascritto di seguito.

Esempio 1. (tavoletta BM 85196,9* classificata tra le più antiche).

Una palo (patu) di lunghezza 30 è appoggiato verticalmente contro una parete. Il suo estremo superiore si è spostato, verso il basso, di 6. Di quanto si è spostato l'estremo inferiore?



La trave è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo che ha il cateto verticale lungo $30 - 6 = 24$.

La lunghezza x del cateto orizzontale è lo spostamento dell'estremo inferiore della trave.

$$x = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{324} = 18$$

Questo problema è interessante perché, con qualche variante, si ritrova in diverse civiltà e negli scritti di molti matematici: dagli indiani, ai cinesi, agli arabi fino a Fibonacci o a Luca Pacioli.

Rimanendo nell'ambito della civiltà babilonese, è di grande interesse una tavoletta d'argilla risalente a un periodo compreso tra il 1800 e il 1650 a.C. (classificata con il n° 322 nella collezione Plimpton della Columbia University).

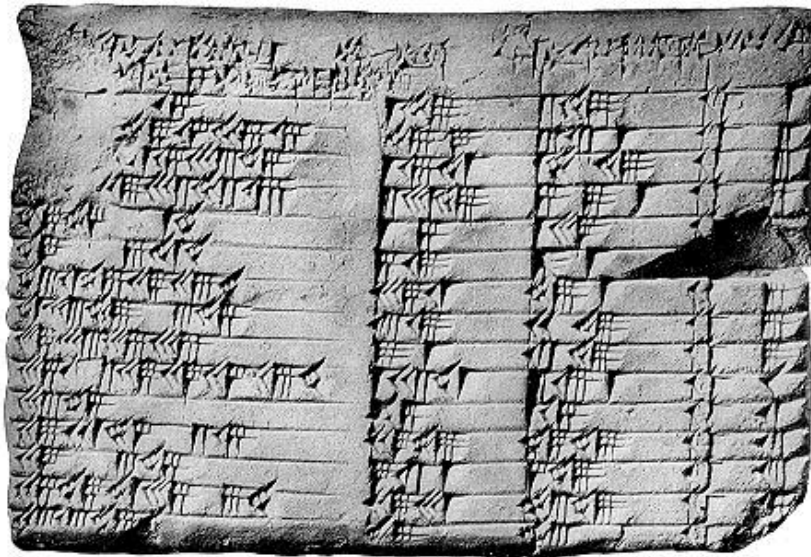


Fig. 10 Tavoleta 322, collezione Plimpton

Il testo di questa tavoletta è stato decifrato nel 1945 da Neugebauer^[3] e Sachs. Come si nota dalla fig. 10, la tavoletta Plimpton era originariamente più grande perché presenta una rottura sul lato sinistro oltre ad una scheggiatura nel mezzo del margine destro. Si sono conservate quattro colonne di numeri che vanno lette da sinistra a destra.

Ciascuna colonna ha un titolo: sulla prima colonna a destra, è scritto “*il suo nome*” per indicare la numerazione delle righe, da 1 a 15. Le colonne nel mezzo, hanno intestazioni che Neugebauer traduce come “*numero risolvente della larghezza b*” e “*numero risolvente della diagonale d*”. La parola “*diagonale*” compare anche nell’intestazione della prima colonna a sinistra ma non è stato compreso il significato delle altre parole. I numeri scritti tra parentesi quadre sono congetture perché i simboli che li denotano sono rovinati. Gli zeri che compaiono non erano ovviamente indicati nel testo babilonese e sono stati aggiunti da Neugebauer il quale ha corretto alcuni errori dello scriba babilonese.

Le relazioni sussistenti tra i numeri delle colonne nel mezzo sono:

$$d^2 = b^2 + l^2 .$$

La colonna che riportava i valori l è andata perduta forse dopo il ritrovamento della tavoletta ma questi numeri sono stati calcolati perché nella prima colonna a sinistra sono scritti i rapporti $\frac{d^2}{l^2}$.

I numeri scritti nella prima riga sono:

$$d = 2,49 = 2 \cdot 60 + 49 = 169$$

$$b = 1,59 = 1 \cdot 60 + 59 = 119 .$$

Il numero che indica la lunghezza dell’altro cateto è :

$$l = \sqrt{169^2 - 119^2} = 120 = 2 \cdot 60 = 2,0 .$$

Sulla prima colonna della prima riga c’è il numero:

$$1;59,0,15 = 1 + \frac{59}{60} + \frac{15}{60^3} \cong \frac{169^2}{119^2} = \frac{d^2}{l^2} .$$

Il teorema di Pitagora o del “Kou Ku”

Il Chou Pei, la fonte più antica della matematica cinese risalente al 500-200 a.C. , riporta una dimostrazione geometrica del teorema di Pitagora. La traduzione fatta da Needham del testo che ci interessa è la seguente e fa riferimento alla fig. 11 :

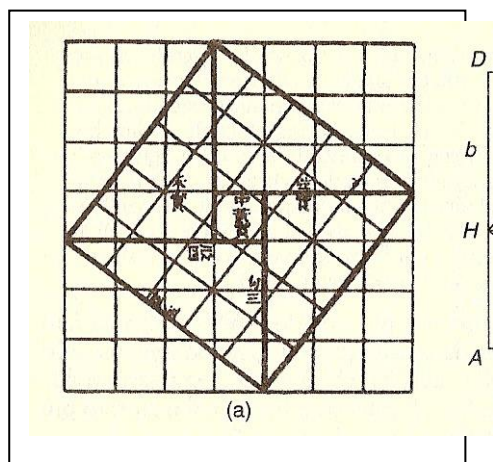


Fig. 11

Dividiamo un rettangolo (diagonalmente) e poniamo che la larghezza sia di 3 (unità) e la lunghezza di 4 (unità). La diagonale tra i due angoli risulterà quindi lunga 5 (unità). Ora, dopo aver disegnato un quadrato su questa diagonale, circoscriviamolo con mezzi rettangoli come quello che è rimasto fuori in modo da formare una tabella (quadrata). I “quattro” mezzi rettangoli esterni, che misurano 3 unità di larghezza, 4 di lunghezza e 5 di diagonale, formano in tal modo insieme due rettangoli (di area 24); quindi (quando questa viene sottratta dalla tabella quadrata di area 49) il rimanente ha un’area di 25 unità. Questo (procedimento) viene chiamato “raggruppare i rettangoli”

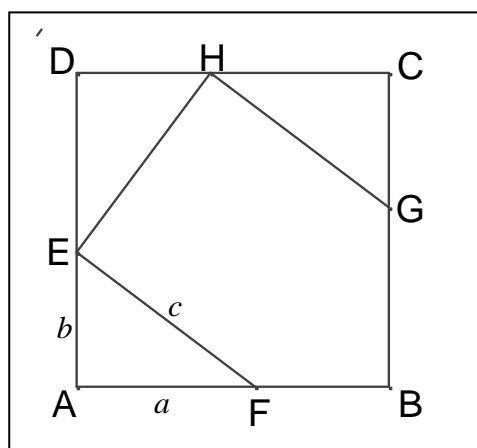


Fig. 12

Il quadrato $ABCD$ ha come lato $3 + 4 = 7$ e quindi ha area 49 . Se da questo quadrato vengono tagliati i quattro triangoli AEF , FBG , GHC , DHE (che insieme formano due rettangoli di area $3 \times 4 = 12$), il quadrato che rimane $EFGH$ ha area 25 :

$$(3 + 4)^2 - 2(3 \times 4) = 3^2 + 4^2 + 24 - 24 = 5^2 .$$

Questa intuizione geometrica fu dimostrata nel III secolo d.C. da Chao Chung-Ching con il seguente enunciato:

*“Se il lato più corto (**kou**) e quello più lungo (**ku**) di uno dei rettangoli sono rispettivamente a e b , e la sua diagonale (**ksuan**) è c , allora:*

$$c^2 = (a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 .”$$

In questa forma il teorema era sicuramente conosciuto dagli autori dei Sulbasutra (500 a.C. circa) dell’India Vedica.

Quadratura del cerchio nell'antico Egitto

Esempio 1.e. (*Problema n° 50 contenuto nel Papiro di Ahmes*)

Un campo circolare ha il diametro di 9 khet. Qual è la sua area?

Soluzione egiziana:

1. Sottraete $\frac{1}{9}$ del diametro, cioè 1 khet, dal diametro. Rimangono 8 khet.
2. Moltiplicate 8 per 8: il risultato è 64. L'area del campo è 64 setat (khet quadrati).

Interpretazione moderna della soluzione egiziana:

Se indichiamo il diametro con d , l'area A del campo è:

$$A = \left(d - \frac{1}{9}d \right)^2 = \left(\frac{8}{9}d \right)^2$$

Secondo il metodo moderno, l'area è:

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 63,58 \quad (\text{con } \pi = 3,14)$$

Calcolando l'area con una calcolatrice elettronica, moltiplicando $\pi \cdot 4,5 \cdot 4,5$ si ottiene 63,585 : un risultato molto vicino a quello trovato dallo scriba egiziano nel 1650 a.C. .

Dal confronto della formula egiziana con quella moderna dell'area del cerchio si ricava il valore di π usato nell'esempio:

$$\pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \left(\frac{8}{9}d \right)^2$$

da cui si ottiene, se $d = 9$:

$$\pi = 64 \cdot \frac{4}{81} = \left(\frac{16}{9} \right)^2 \cong 3,1605 .$$

Come fecero gli egizi a determinare π ?

Un indizio sul modo in cui è stata trovata l'approssimazione di π dagli antichi egizi è fornita dal problema n°48 del *papiro di Ahmes*.



Fig. 14

Il disegno della fig. 14 un quadrato di lato nove (il simbolo ieratico scritto al centro) dal quale vengono tagliati quattro triangoli rettangoli isosceli agli angoli. I cateti dei triangoli sono lunghi 3 khet e quindi l'area di ogni triangolo è $\frac{9}{2}$ khet quadrati (o setat). L'area dell'ottagono che si ottiene tagliando i quattro triangoli dal quadrato è:

$$A = 9^2 - 4 \cdot \left(\frac{9}{2}\right) = 81 - 18 = 63.$$

L'ottagono rappresenta una approssimazione del cerchio, di diametro 9, inscritto nel quadrato. In questo caso si può ricavare il valore di π dall'equazione:

$$\pi(4,5)^2 = 63$$

da cui

$$\pi = 3,111.$$

Un'altra spiegazione, dovuta a P. Gerdes (1985), fa riferimento a un gioco da tavolo ancora praticato in molti paesi africani. Si tratta di sistemare sassolini su un quadrato e su un cerchio in forma compatta.

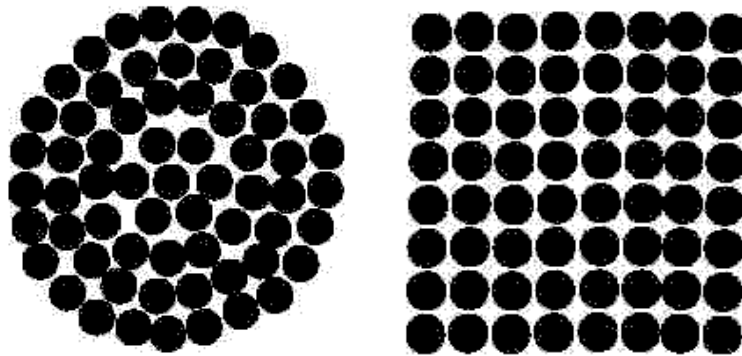


Fig. 15

La fig. 15 mostra un cerchio di diametro 9 unità e un quadrato di lato 8 unità ricoperti da 64 cerchietti ciascuno. L'area del cerchio di diametro 9 è approssimativamente uguale all'area del quadrato di lato 8, come riportato nel problema n°50 del *papiro di Ahmes*.

Bibliografia

- [1] Morris Kline, *Storia del pensiero matematico*, Einaudi, Torino, 1972.
- [2] George Gheverghese Joseph, *C'era una volta un numero*, Il Saggiatore, Milano 2000.
- [3] Otto Neugebauer, *Le scienze esatte nell'Antichità*, Feltrinelli, Milano, 1974.
- [4] Gino Loria, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Hoepli, Milano, 1914.
- [5] Georges Ifrah, *Storia universale dei numeri*, A Mondadori, Milano, 1983.
- [6] Giuseppe Peano, *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, Paravia, Torino, 1925.