

La tabellina pitagorica

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

*La tabellina pitagorica riportata da Luca Pacioli
nella Summa De Arithmetica*

moltiplicatore. e nõ lo mazoze. perche douemo di
 re. 2. fia. 4. fa. 8. e non. 4. fia. 2. fa. 8. ben che nasce
 vna medexia cosa. Or per nõ stare troppo in pa
 role. dico breuemente. che quãto basta al fatto dela
 pzaetica: sono tre modi de moltiplicare. 3oe. per co
 lona: per croxetta: e per scachiero. I quali modi te
 monstrarò piu breuemente a me sarà possibile.
 Ma auanti che te dono regula ni modo alchuno:
 bisogna che tu impari a mente le poste sottoscrutte
 senza ie quale nessuno puo intendere a la fine or
 questo atto. 3oe de moltiplicare. Impara adõcha.

2	fia	2	fa	4
2	fia	3	fa	6
2	fia	4	fa	8
2	fia	5	fa	10
2	fia	6	fa	12
2	fia	7	fa	14
2	fia	8	fa	16
2	fia	9	fa	18
2	fia	0	fa	0
3	fia	3	fa	9
3	fia	4	fa	12
3	fia	5	fa	15
3	fia	6	fa	18
3	fia	7	fa	21
3	fia	8	fa	24
3	fia	9	fa	27
3	fia	0	fa	0

4	fia	4	fa	16
4	fia	5	fa	20
4	fia	6	fa	24
4	fia	7	fa	28
4	fia	8	fa	32
4	fia	9	fa	36
4	fia	0	fa	0
5	fia	5	fa	25
5	fia	6	fa	30
5	fia	7	fa	35
5	fia	8	fa	40
5	fia	9	fa	45
5	fia	0	fa	0
6	fia	6	fa	36
6	fia	7	fa	42
6	fia	8	fa	48
6	fia	9	fa	54
6	fia	0	fa	0
7	fia	7	fa	49
7	fia	8	fa	56
7	fia	9	fa	63
7	fia	0	fa	0
8	fia	8	fa	64
8	fia	9	fa	72
8	fia	0	fa	0
9	fia	9	fa	81
9	fia	0	fa	0

$2 \times 2 = 4$

$2 \times 3 = 6$

$3 \times 3 = 9$

$2 \times 4 = 8$

$3 \times 4 = 12$

$4 \times 4 = 16$

$2 \times 5 = 10$

$3 \times 5 = 15$

$4 \times 5 = 20$

$5 \times 5 = 25$

$2 \times 6 = 12$

$3 \times 6 = 18$

$4 \times 6 = 24$

$5 \times 6 = 30$

$6 \times 6 = 36$

$2 \times 7 = 14$

$3 \times 7 = 21$

$4 \times 7 = 28$

$5 \times 7 = 35$

$6 \times 7 = 42$

$7 \times 7 = 49$

$2 \times 8 = 16$

$3 \times 8 = 24$

$4 \times 8 = 32$

$5 \times 8 = 40$

$6 \times 8 = 48$

$7 \times 8 = 56$

$8 \times 8 = 64$

$2 \times 9 = 18$

$3 \times 9 = 27$

$4 \times 9 = 36$

$5 \times 9 = 45$

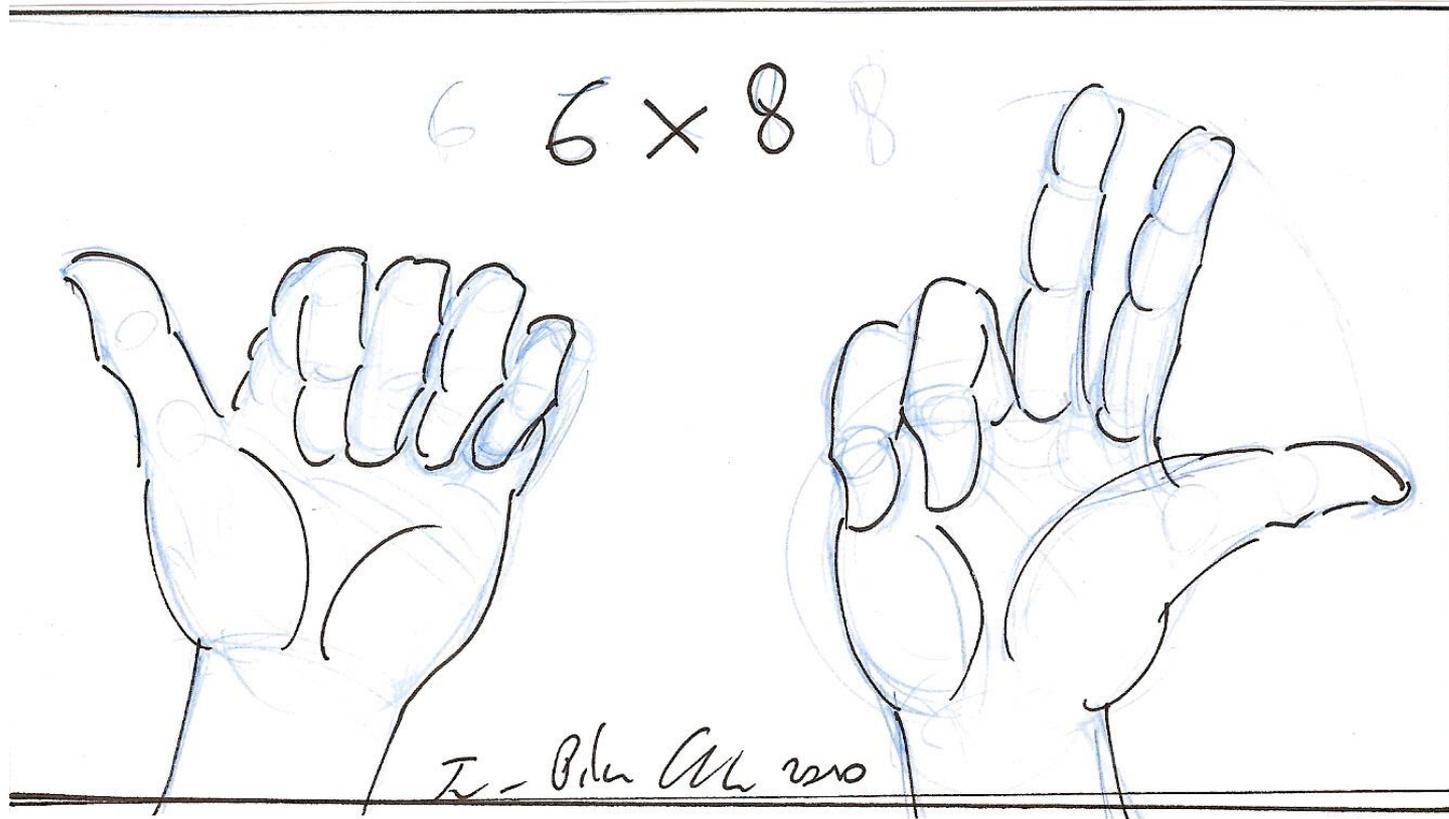
$6 \times 9 = 54$

$7 \times 9 = 63$

$8 \times 9 = 72$

$9 \times 9 = 81$

Moltiplicazione con le dita ... o del pastore.

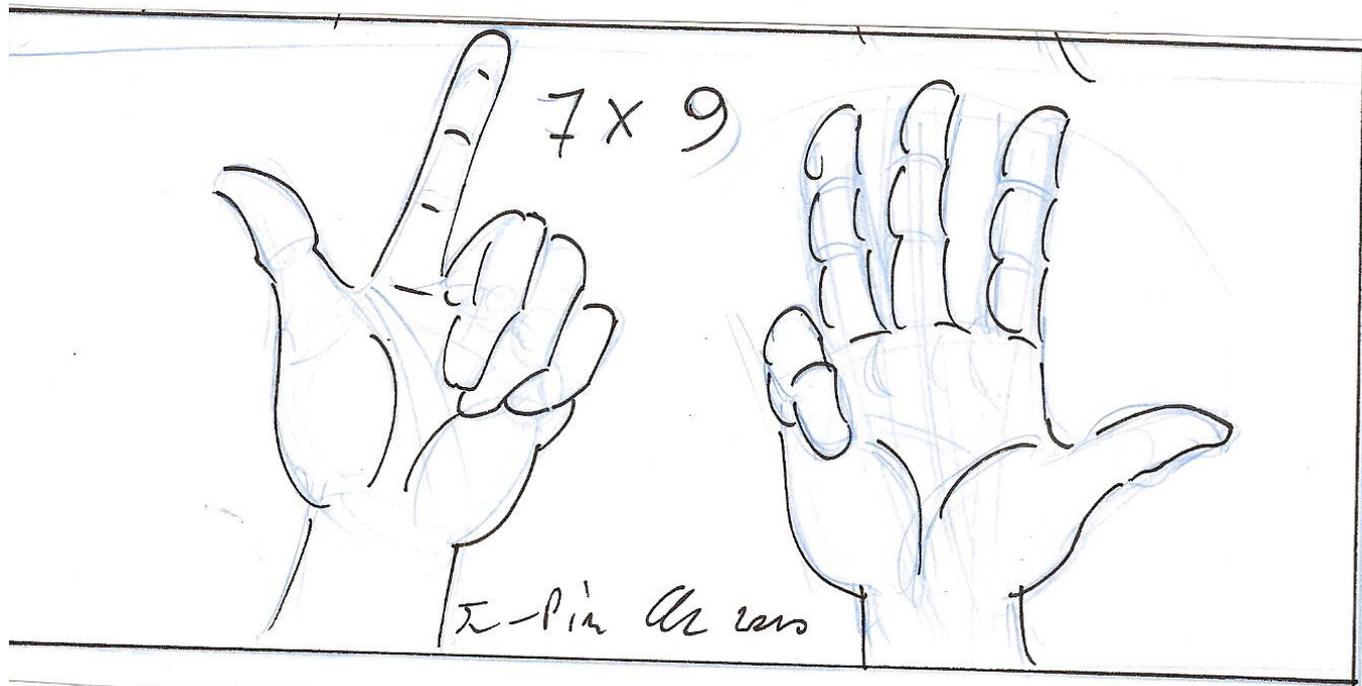


Dita distese: $2 + 4 = 6$

$$6 \times 10 = 60$$

Dita piegate: $3 \times 1 = 3$

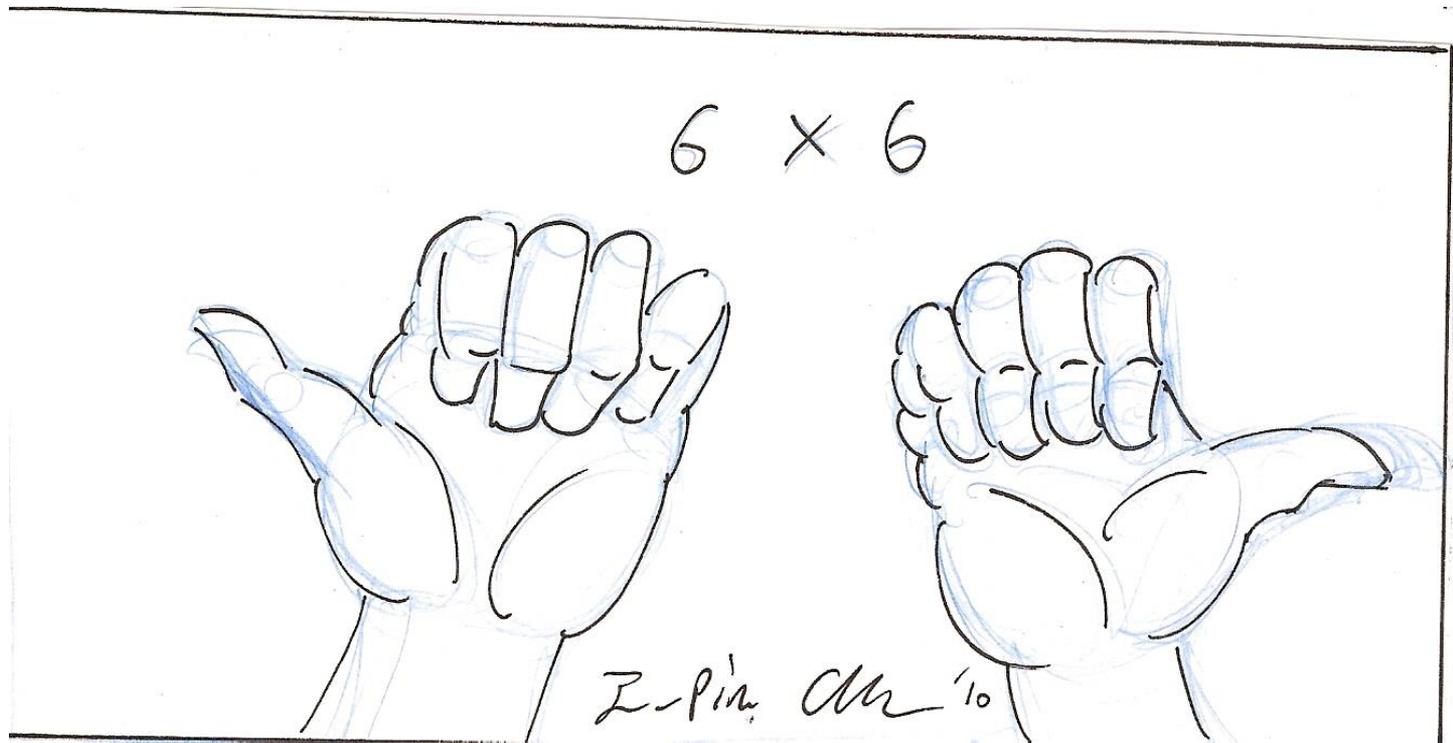
$$7 \times 9 = 60 + 3 = 63$$



Dita distese: $1 + 1 = 2$ $2 \times 10 = 20$

Dita piegate: $4 \times 4 = 16$

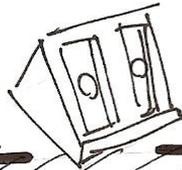
$6 \times 6 = 20 + 16 = 36$



IL NUMERO COMPLESSIVO DI DITA DISTESE,
MOLTIPLICATO PER 10, SOMMATO AL PRODOTTO
DEI NUMERI DI DITA PIEGATE:

$$\begin{aligned} & 10(a - 5 + b - 5) + (10 - a)(10 - b) = \\ & = 10a + 10b - 100 + 100 - 10b - 10a + ab = \\ & = ab \end{aligned}$$

E - Dita Alti 10



Se c, d sono due numeri interi compresi tra 11 e 15, possono essere rappresentati con $c - 10$ dita distese su una mano e $d - 10$ sull'altra. Il prodotto cd si calcola sommando 100 al numero ottenuto moltiplicando per 10 il numero complessivo di dita distese e al prodotto dei numeri di dita distese:

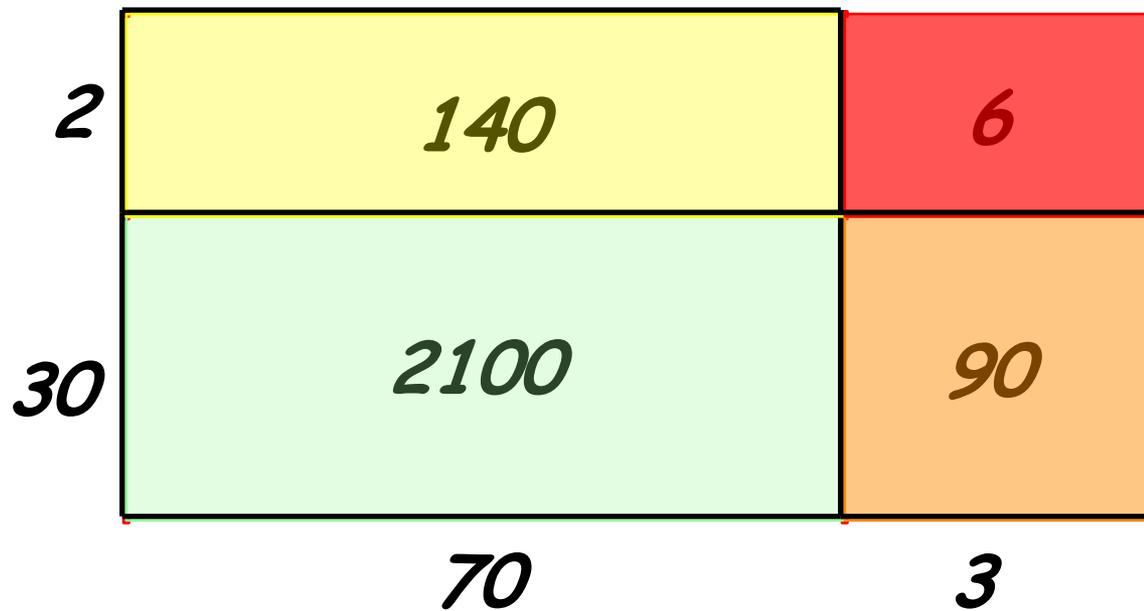
$$\begin{aligned} &10[(c-10)+(d-10)]+(c-10)(d-10)+100 = \\ &= 10c - 100 + 10d - 100 + cd - 10c - 10d + 100 + 100 = cd \end{aligned}$$

Allo stesso modo, con piccole modifiche, si ottiene il prodotto di due numeri x, y compresi tra 16 e 20. Si moltiplica per 15 il numero complessivo di dita distese, a questo numero si somma il prodotto dei numeri di dita distese e infine si somma $15^2 = 225$:

$$15[(x-15)+(y-15)]+(x-15)(y-15)+225 = xy$$

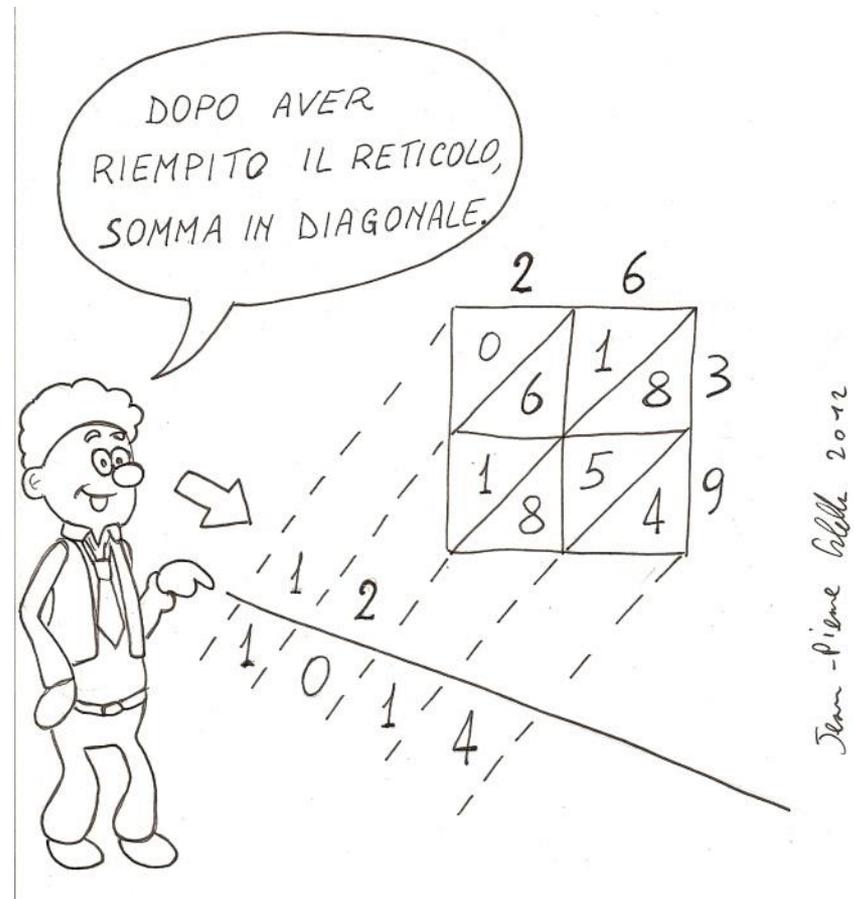
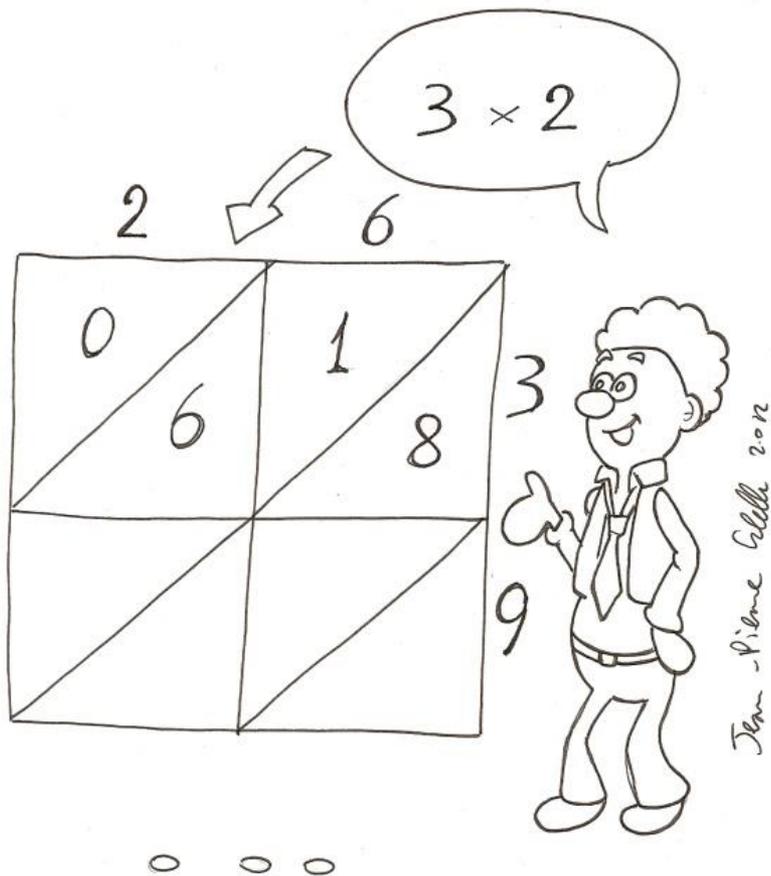
Ma... allora...

$$73 \times 32 = (70+3) \times (30+2) =$$



Moltiplicazione "a reticolo"

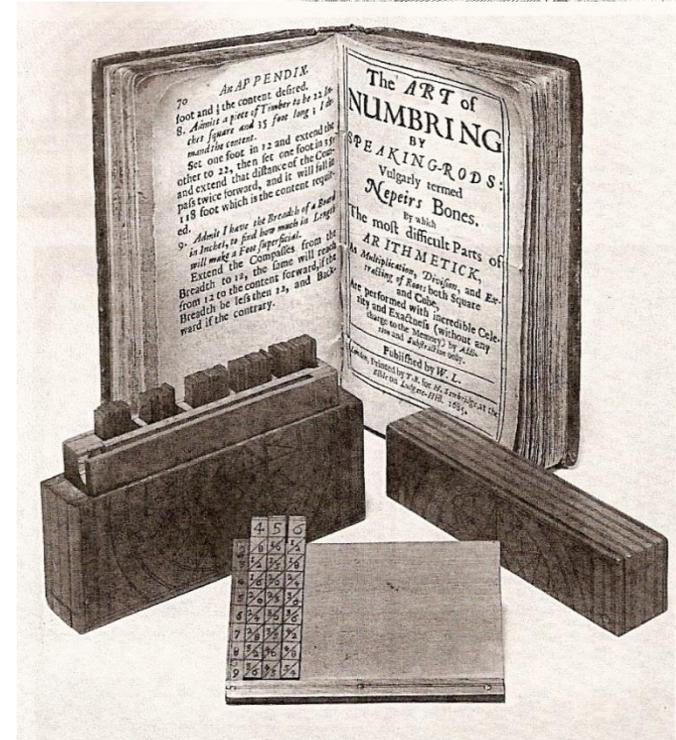
Se vuoi moltiplicare 26×39 , disegna un reticolo di quattro caselle quadrate tagliate da una diagonale e inserisci i prodotti ...



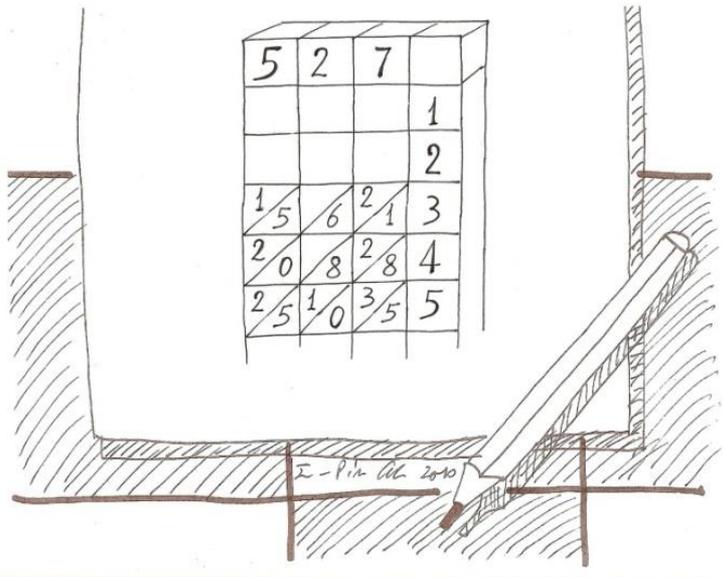
Bastoncini di Nepero

Questi strumenti di calcolo furono presentati da John Napier (Nepero, 1550-1617) in un volume dal titolo *Rabdologiae* pubblicato a Edimburgo nel 1617. Sono una o più serie di asticcioline di legno a sezione quadrata con le facce laterali divise in dieci quadrati nei quali, eccetto il primo, è tracciata la diagonale che va dal basso a sinistra in alto a destra. Nel primo quadratino in alto è stampata una delle cifre della base dieci, mentre negli altri quadratini di ogni asticciola sono riportati i multipli del numero che sta in testa: le decine al di sopra della diagonale, le unità al di sotto di questa.

Servono per calcolare il prodotto, o il quoziente, di due numeri applicando lo schema della moltiplicazione "a reticolo".



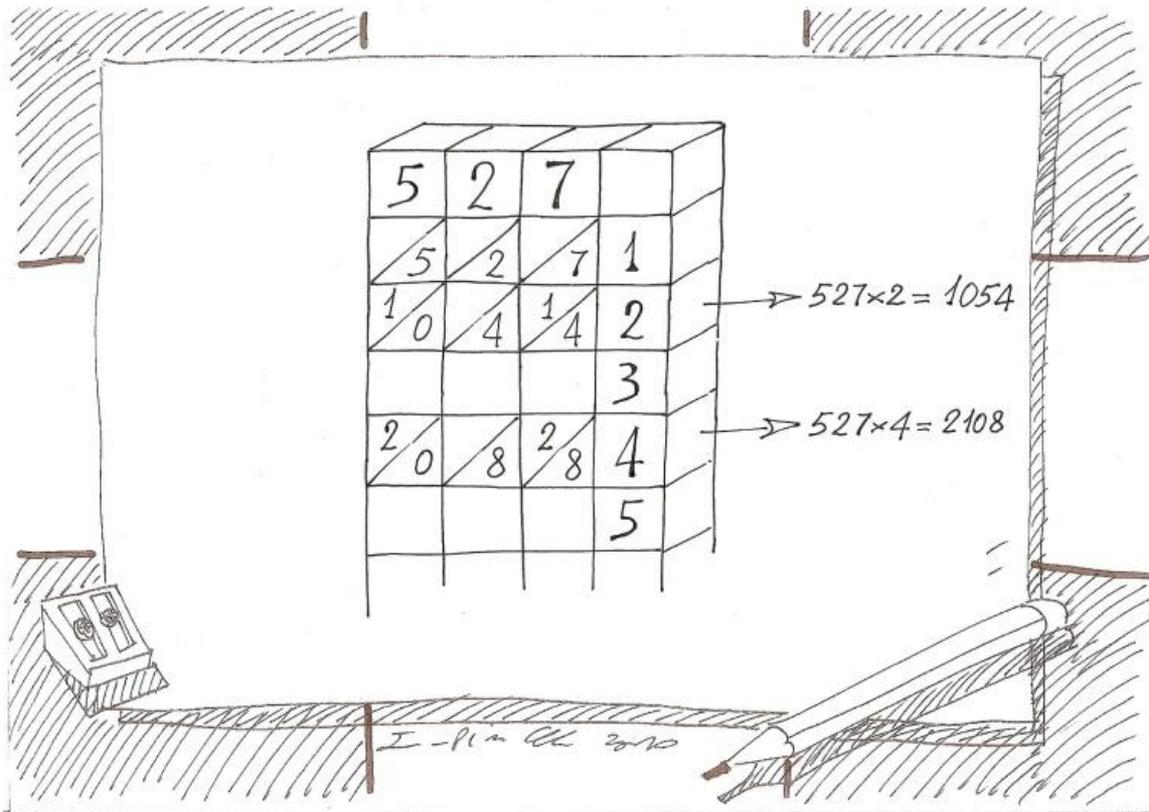
Moltiplicare con i bastoncini di Nepero



Se uno dei due fattori è composto da due o più cifre consecutive (es. 345), con i bastoncini è facile calcolare il prodotto: basta sommare in diagonale i numeri che appaiono nelle caselle triangolari.

$$527 \times 345 = 5 \times 10^0 + (0+3+8) \times 10^1 + (5+1+8+2+1) \times 10^2 + (2+0+6+2) \times 10^3 + (2+5) \times 10^4 + 1 \times 10^5 = 181815.$$

Se nessuno dei due fattori è composto da cifre consecutive, bisogna trovare sui bastoncini i prodotti parziali e poi sommarli.



$$527 \times 42 = 527 \times (40 + 2) = (527 \times 40) + (527 \times 2) = 21080 + 1054 = 22134.$$

Esempio:

Esegui la divisione di 589.475 per 365.

$$\begin{array}{r} 0 \\ 182 \\ 54 \\ 224 \\ 589475 \text{ (1615)} \\ 365 \\ 2190 \\ 365 \\ 1825 \end{array}$$

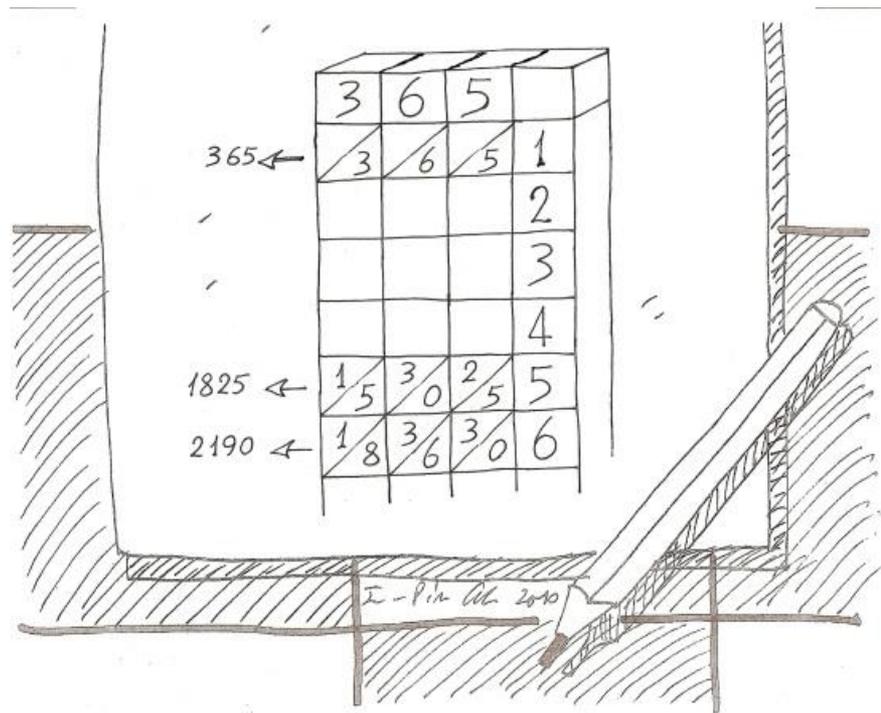
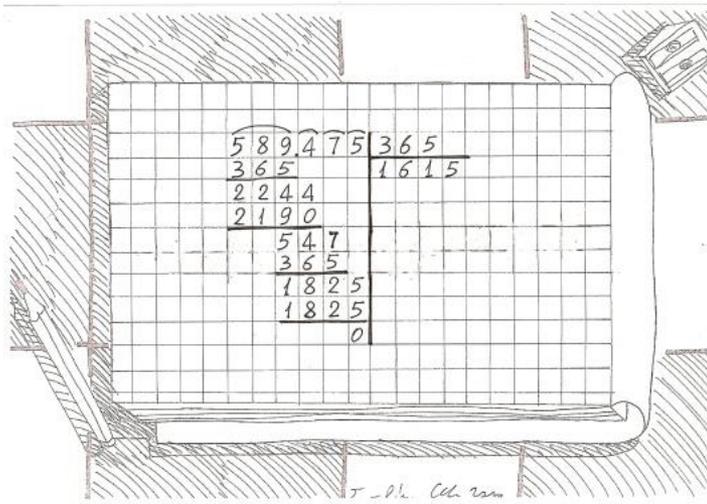


Fig. 5

Regoli di Henri Genaille

Sono una evoluzione dei bastoncini di Nepero per trovare i prodotti parziali evitando le somme in diagonale.

Per moltiplicare 4875×3 si fissa l'attenzione sulla riga del 3 e, procedendo da destra verso sinistra, si considera il primo numero evidenziato in alto sulla colonnina del 5: la cifra delle unità del prodotto richiesto è 5. La cifra delle decine è il 2 evidenziato sulla colonnina del 7. Si procede a cascata verso sinistra seguendo le punte verdi: si trovano così le altre cifre del prodotto.

$$4875 \times 3 = 14625.$$

1		4	8	7	5
2	0 1	8 9	6 7	4 5	0 1
3	0 1 2	2 3 4	4 5 6	1 2 3	5 6 7
4	0 1 2 3	6 7 8 9	2 3 4 5	8 9 0 1	0 1 2 3
5	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	5 6 7 8 9	5 6 7 8 9
6	0 1 2 3 4 5	4 5 6 7 8 9	8 9 0 1 2 3	2 3 4 5 6 7	0 1 2 3 4 5
7	0 1 2 3 4 5 6	8 9 0 1 2 3 4	6 7 8 9 0 1 2	9 0 1 2 3 4 5	5 6 7 8 9 0 1
8	0 1 2 3 4 5	2 3 4 5 6 7	4 5 6 7 8	6 7 8 9 0	0 1 2 3 4

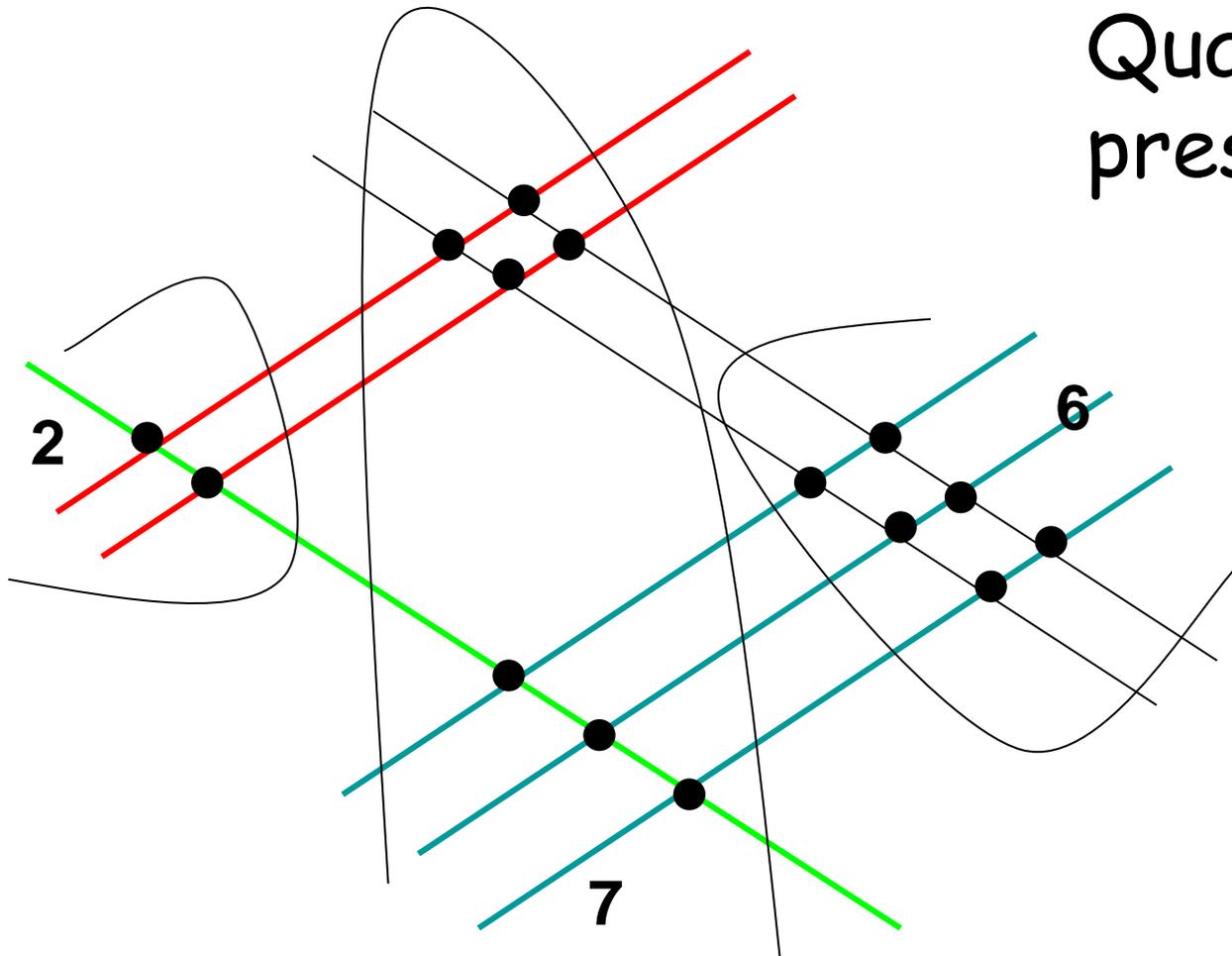
Come sono formati i regoli di Genaille?



Accostiamo l'asticella del "3" al regolo-base. La colonnina del "3" corrispondente alla riga del 7 comincia con 1 e il triangolo è puntato sul 2 della colonnina del regolo-base perché $3 \times 7 = 21$. Con eventuali riporti potremmo avere 22, 23, ... ,27, quindi 1 è seguito dai numeri 2, 3, ... , 7. Non c'è 8 perché l'8 formerebbe 28 che è uguale a 7×4 e quindi bisogna fermarsi a 27. Nella casella della colonna del "3" corrispondente alla riga dell'8 si trovano due triangoli aventi un lato sulla colonnina del "3" perché $3 \times 8 = 24$ ed eventuali riporti potrebbero far ottenere 25, 26, 27, 28, 29, ma anche 30 o 31.

Moltiplicazione vedica

$$23 \times 12 = 276$$



Quali svantaggi presenta?

Moltiplicazione a crocetta 28 x 12

I prodotti in verticale rappresentano:

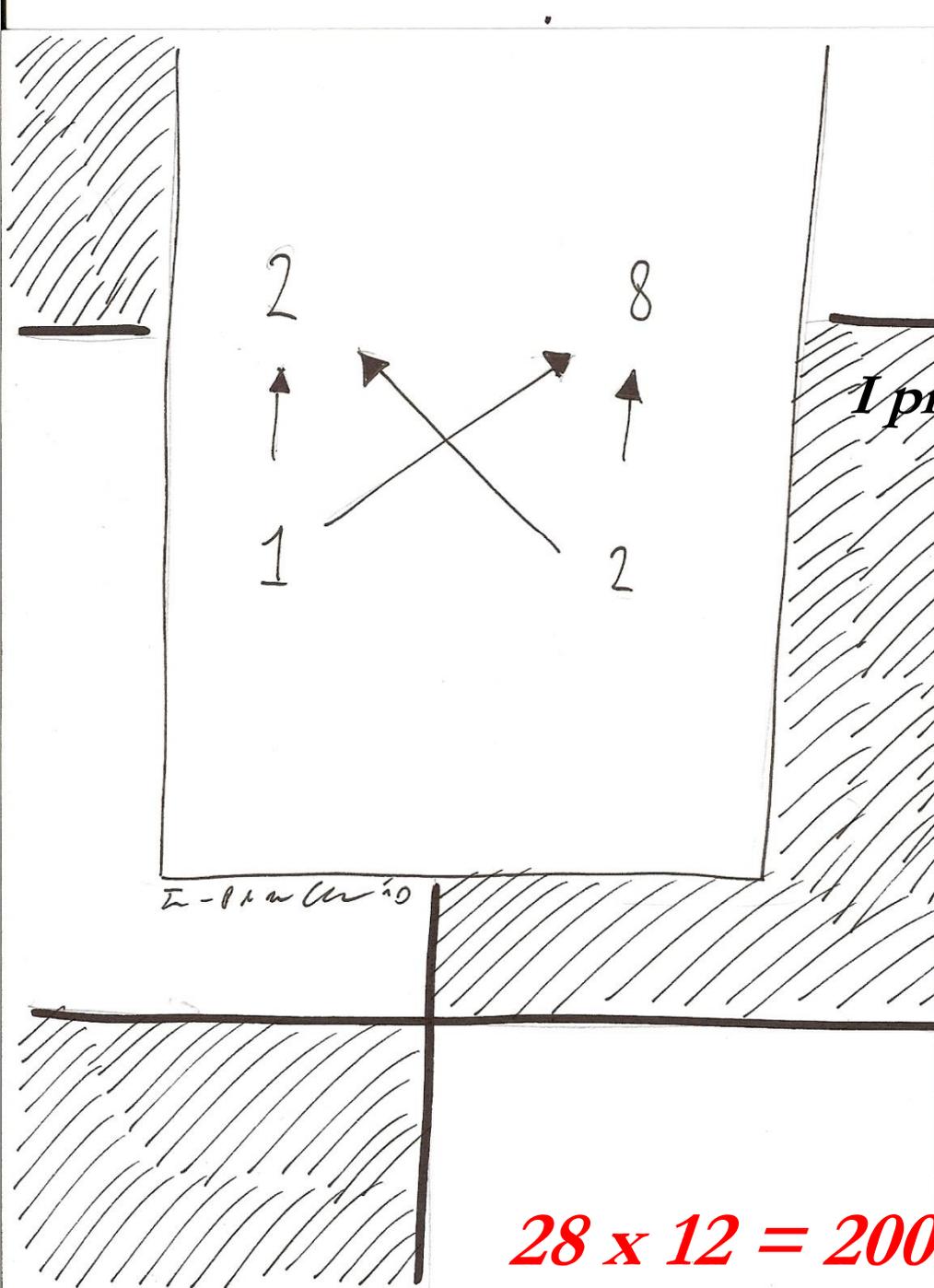
$$8 \times 2 = 16 \text{ unità}$$

$$2 \times 1 = 2 \text{ centinaia}$$

*Le decine sono rappresentate
dalla somma dei due prodotti in
croce:*

$$(2 \times 2) + (1 \times 8) = 12$$

$$28 \times 12 = 200 + 120 + 16 = 336$$



$$123 \times 214 = 26322$$

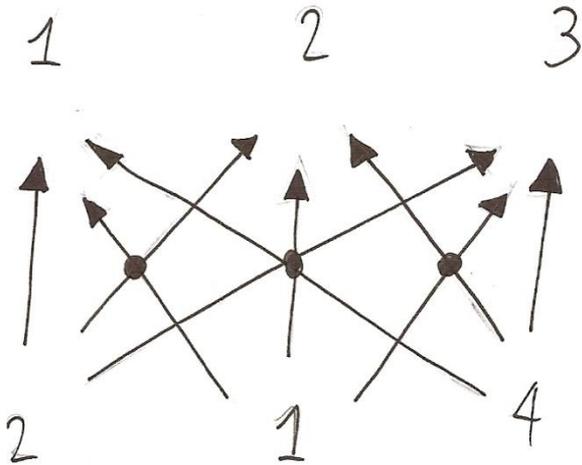
$$3 \times 4 = 12 \text{ unità}$$

$$2 \times 4 + 1 \times 3 = 11 \text{ decine}$$

$$4 \times 1 + 2 \times 3 + 1 \times 2 = 12 \text{ cent}$$

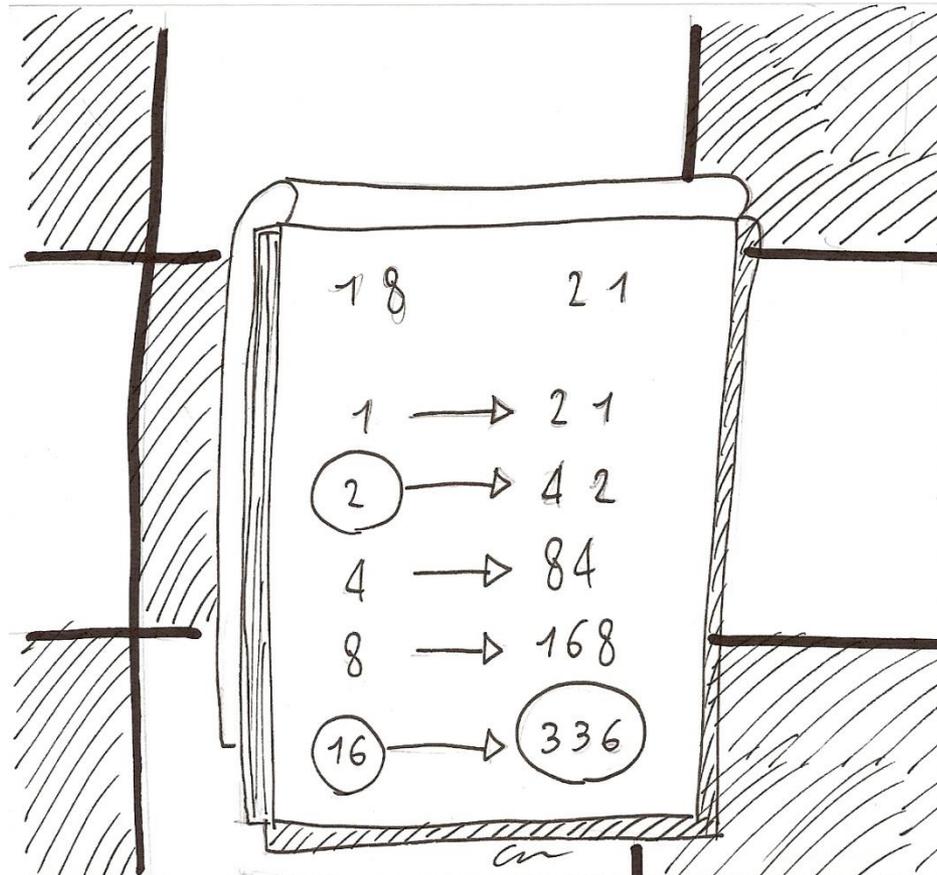
$$1 \times 1 + 2 \times 2 = 5 \text{ migliaia}$$

$$2 \times 1 = 2 \text{ decine di migliaia}$$



2 - Pix Cen 2010

Moltiplicazione egiziana: *18 x 21*

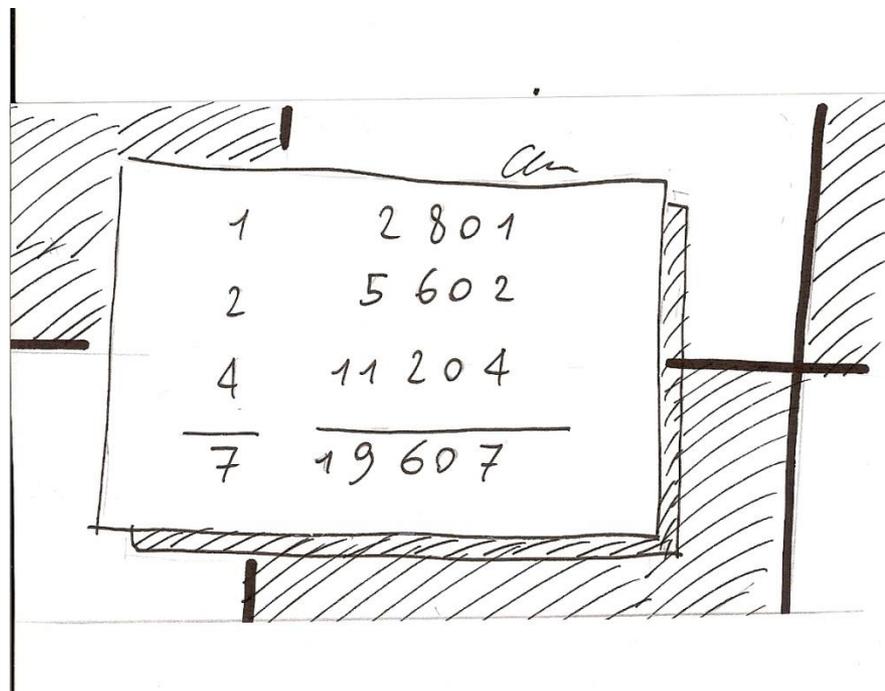


Una moltiplicazione
riportata nel papiro di
Ahmes

(problema n°79)



$$7 \times 2801 = 19607$$



CASE	7
GATTI	49
TOPI	343
SPIGHE D'ORZO	2401
HEQAT D'ORZO	16807
	<hr/>
	19607

*In un villaggio ci sono 7 case,
in ogni casa ci sono 7 gatti,
ogni gatto acchiappa 7 topi,
ogni topo mangia 7 spighe d'orzo,
ogni spiga dà 7 heqat d'orzo.*

Quante case, gatti, topi, spighe, heqat d'orzo ci sono nel villaggio?

Un'antica filastrocca matematica

*Ci sono 7 vecchie in viaggio per Roma,
ognuna di esse ha 7 muli,
ogni mulo porta 7 sacchi,
ogni sacco contiene 7 pagnotte,
in ogni pagnotta ci sono 7 coltelli,
ogni coltello è contenuto in 7 foderi.*

*Vecchie, muli, sacchi, pagnotte, coltelli, foderi,
in quanti viaggiano per Roma?*

Una versione spagnola ...

*Mentre andavo a Sant'Ives
Incontrai un uomo con 7 mogli,
ogni moglie aveva 7 sacchi,
ogni sacco aveva 7 gatti,
ogni gatto aveva 7 mici.
Mici, gatti, sacchi e mogli,
in quanti andavano a Sant'Ives?*

... in Italia, Sant'Ives diventa Camogli per fare rima con mogli!

Perché Ahmes moltiplica 7×2801 ?

$$\begin{aligned} & 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = \\ & = 7(1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) = \\ & = 7(1 + 7 + 49 + 343 + 2401) = \\ & = 7 \times 2801 \end{aligned}$$

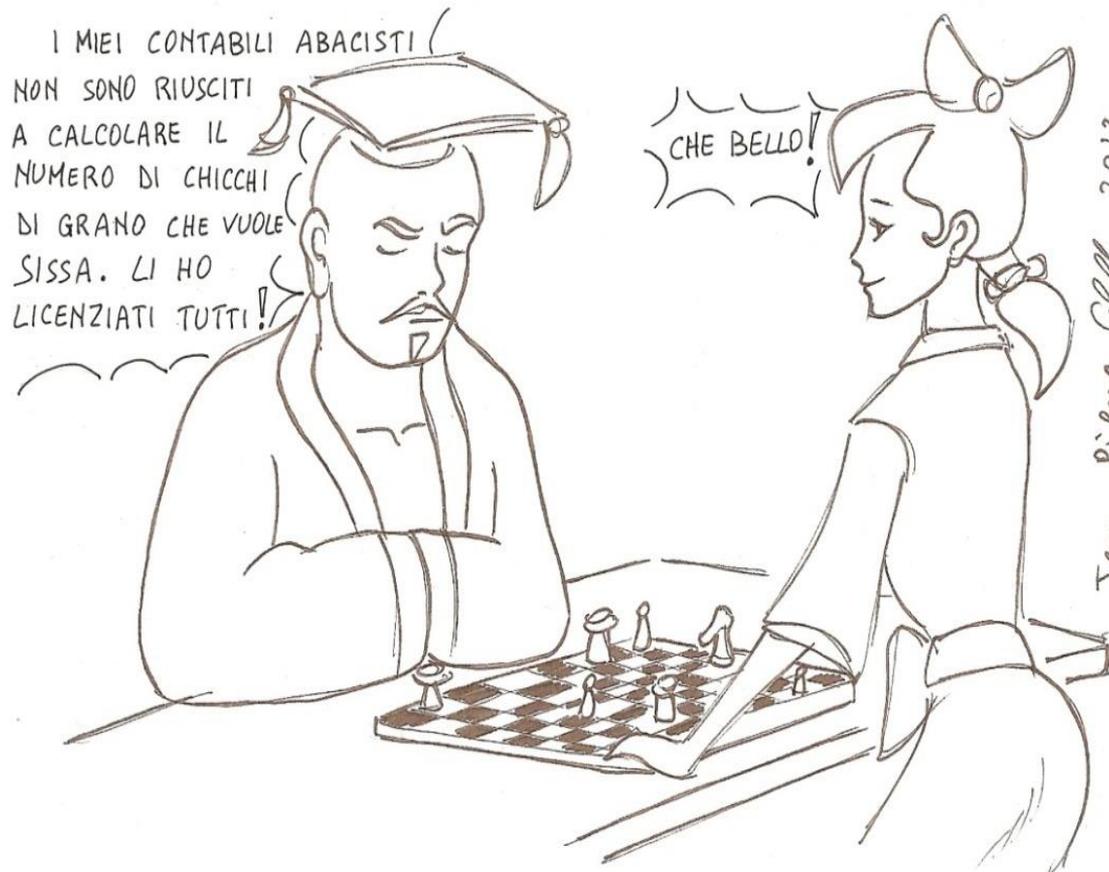
an

La leggenda di SISSA



Un potente imperatore del lontano Oriente riuscì a vincere la noia grazie al gioco degli scacchi inventati per lui dal bramino Sissa e volle sdebitarsi ...

L'imperatore rimase scioccato dalla richiesta del bramino, ma ordinò ai suoi contabili di preparare il grano richiesto ...



In una regione a nord di quel grande impero vivevano alcuni contabili che non usavano più l'abaco per calcolare, ma un nuovo metodo molto veloce. Uno di quei moderni contabili fu condotto dall'imperatore e in breve tempo eseguì il calcolo dei chicchi di grano richiesti da Sissa ...



In verità, per soddisfare la richiesta di Sissa bisognerebbe coltivare a grano tutta la superficie della Terra per settantatre volte ...



Nella prima casella poni 1, nella seconda 2; la loro somma è 3 che risulta una unità meno di 4, il doppio di 2. Moltiplica 4 per se stesso e ottieni 16, che è una unità in più della somma dei numeri disposti nelle prime quattro caselle ($1+2+4+8=15$).

... moltiplica 16 per se stesso, ottieni 256: che è una unità in più della somma dei numeri disposti nella prima riga della scacchiera ($1+2+4+8+16+32+64+128 = 255$).

Calcolo fatto da Fibonacci
nel Liber Abbaci (1202)



Moltiplica 256 per se stesso, ottieni 65536, che è una unità in più della somma dei numeri disposti nelle prime due linee della scacchiera.

Moltiplica 65536 per se stesso, ottieni 4294967296 che è, similmente, una unità in più della somma dei numeri posti nel doppio delle prime due righe di 32 caselle, cioè mezza scacchiera.

Infine moltiplica 4294967296 per se stesso, ottieni 18446744073709551616, che è una unità in più della somma dei numeri disposti sull'intera scacchiera.

