Perimetro - Area

Bruno Jannamorelli

Rettangoli isoperimetrici

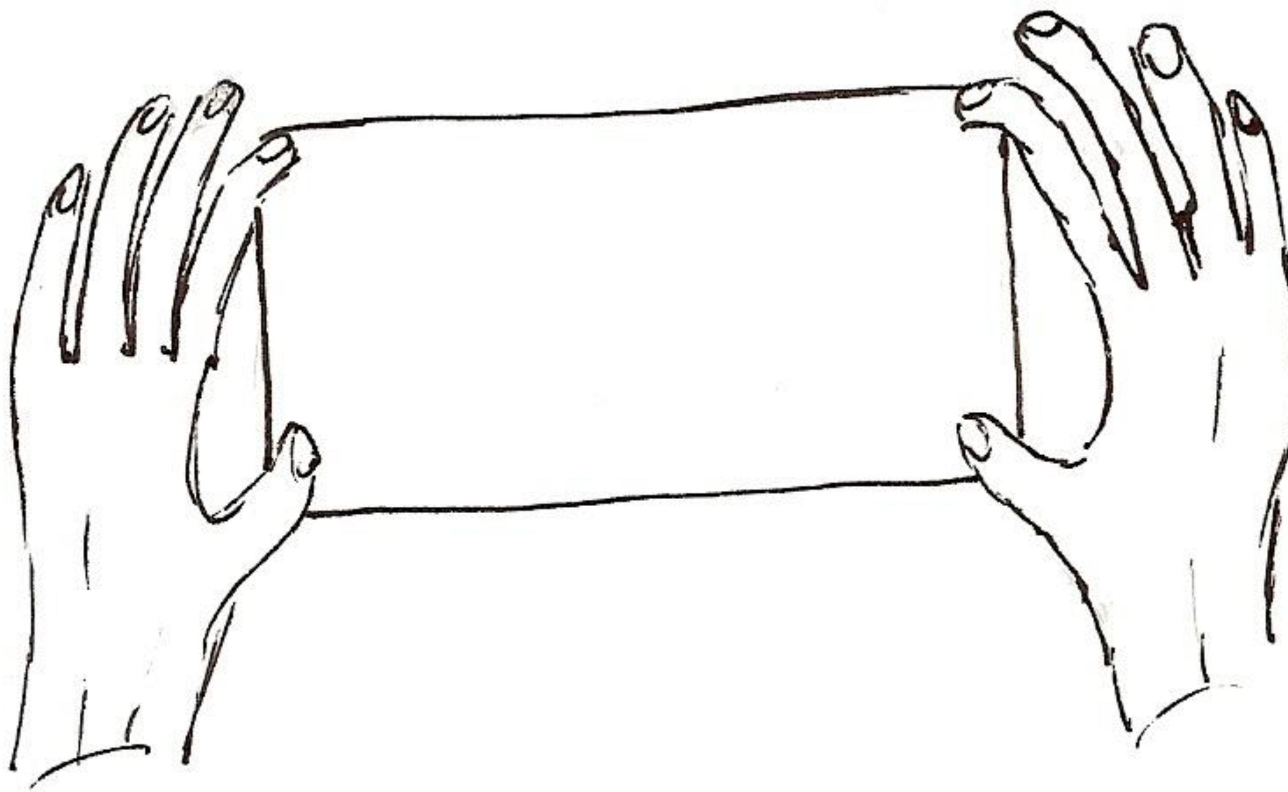


Fig. 5

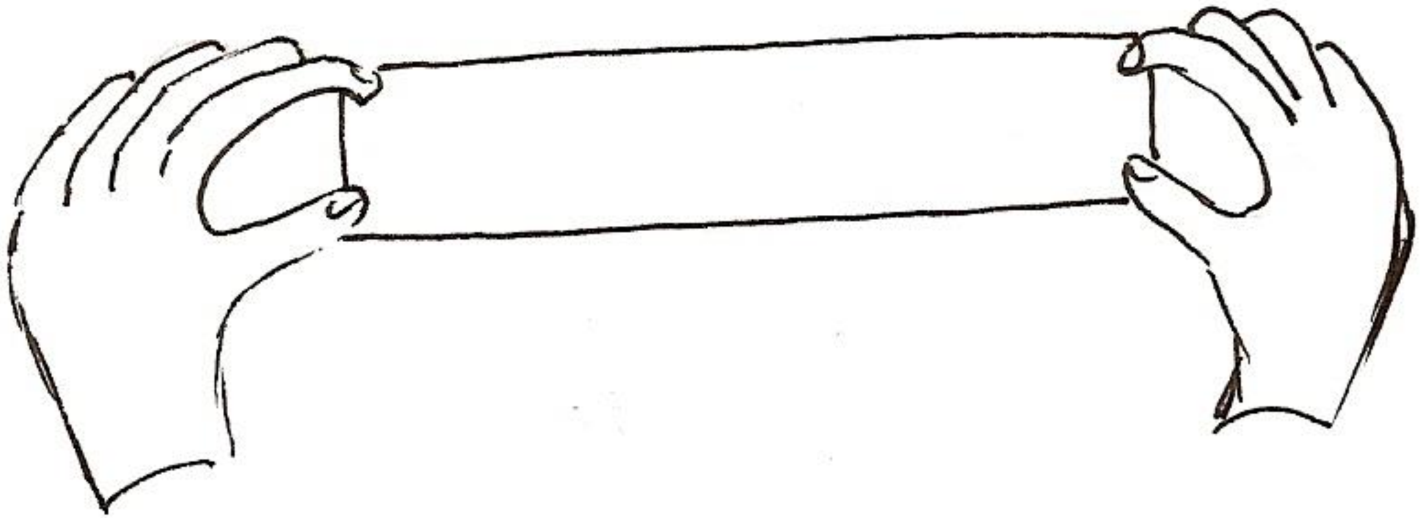


Fig. 6

Questo rettangolo ha lo stesso perimetro di quello precedente.

E l'area?   È la stessa?

base	altezza	area
19	1	19
18	2	36
17	3	51
16	4	64
15	5	75
14	6	84
13	7	91
12	8	96
11	9	99
10	10	100

Fig. 8

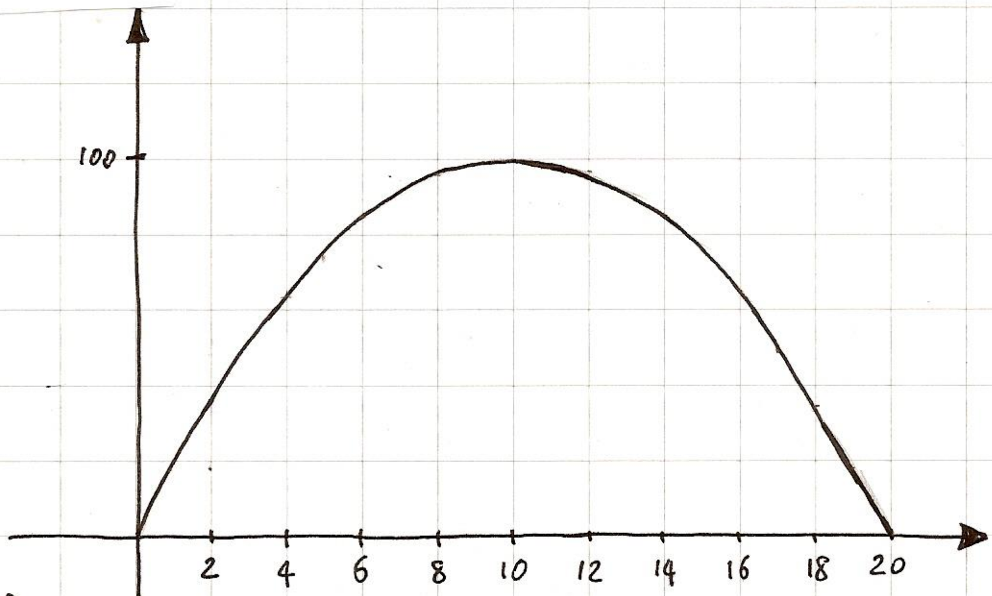


Fig. 9

Il problema di Didone

Venere ad Enea: "…Poi giunsero nei luoghi dove adesso vedrai innalzarsi le mura gigantesche e la rocca della nuova Cartagine. Comprarono tanta terra quanto una pelle di toro potesse circondarne. Per questo la città ha pure il nome di Birsa.

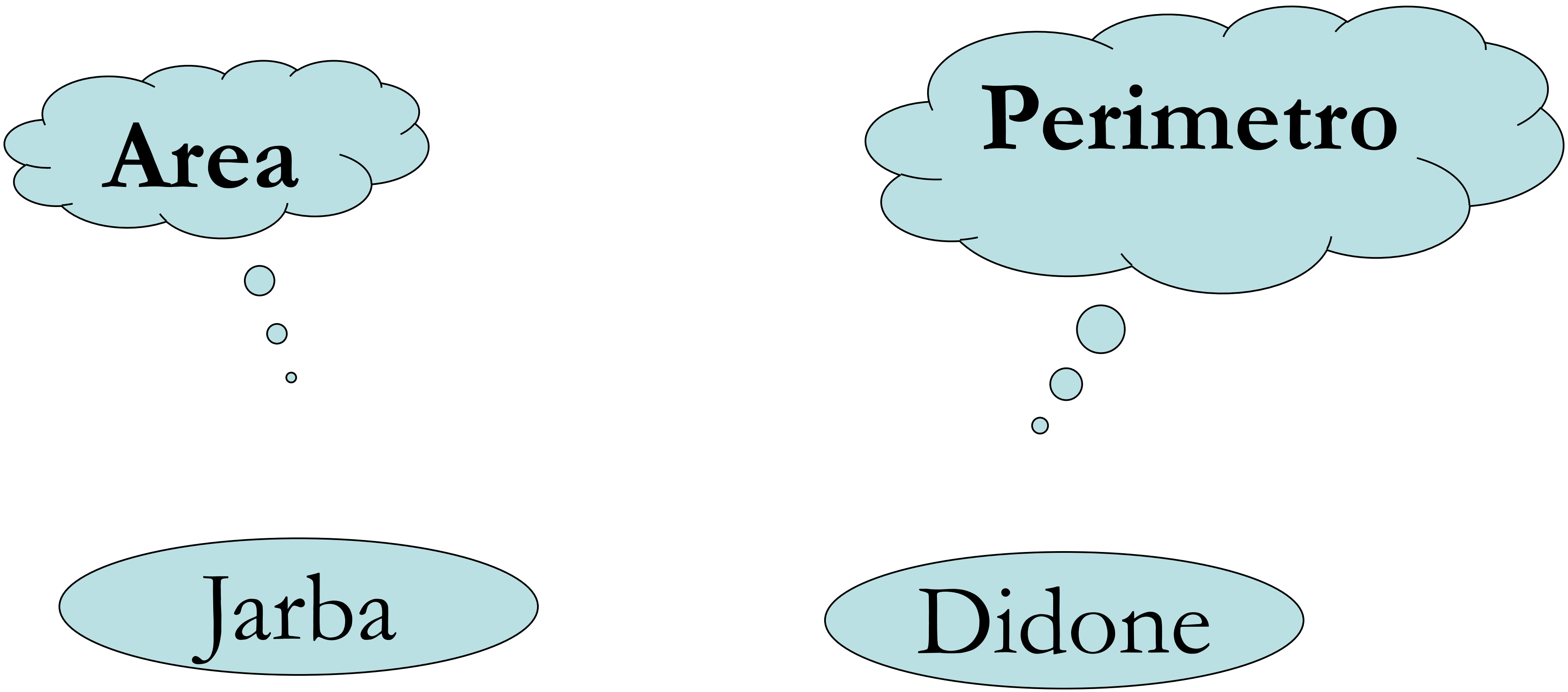
Eneide, canto I, 424-429
(tr. Cesare Vivaldi)

La leggenda di *Didone*

- **La bella e intelligente Didone, figlia del re di Tiro e moglie di Sicheo, aveva accumulato una grande ricchezza che faceva gola al fratello Pigmalione; questi tramò, uccise Sicheo e s'impossessò delle ricchezze.**
- **Didone riuscì a fuggire con una nave carica di gioielli, insieme a pochi amici fidati. Giunse sulle sponde settentrionali dell'Africa e chiese ospitalità al re di Numidia, il famoso Jarba. Questi, commosso dal triste racconto della naufraga e sconvolto dalla sua bellezza, decise di regalarle un appezzamento di terreno, per fondarvi un villaggio.**
- **La principessa chiese:**

  - Jarba, non voglio approfittare della tua generosa ospitalità, solo ti chiedo tanta terra quanta ne può *contenere* una pelle di bue.
- **Commosso da una richiesta tanto limitata, Jarba acconsentì senza indugi.**

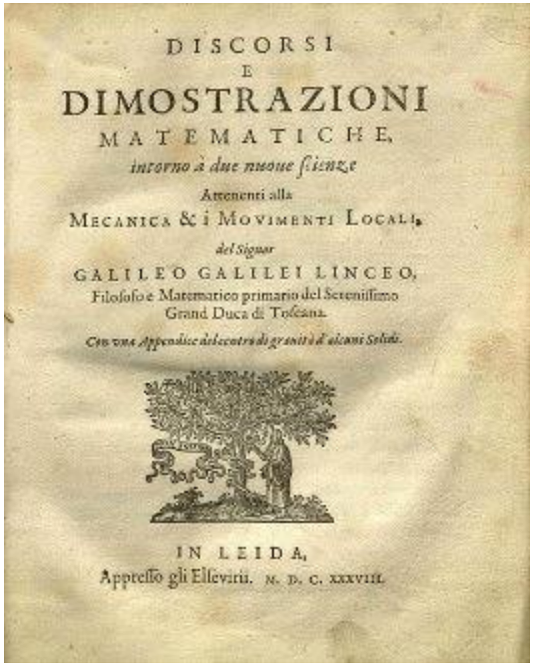
Contenere…



Qual è la superficie di area maggiore tra quelle che hanno lo stesso perimetro?

La scelta più conveniente per la colta Didone era quella di disporre la corda di pelle di bue a forma di circonferenza, per ottenere il massimo della terra possibile.

La principessa fenicia era davvero intelligente e scelse un semicerchio che aveva come diametro la riva del mare. Così fondò Cartagine con un potente porto.


DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.
Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.
IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

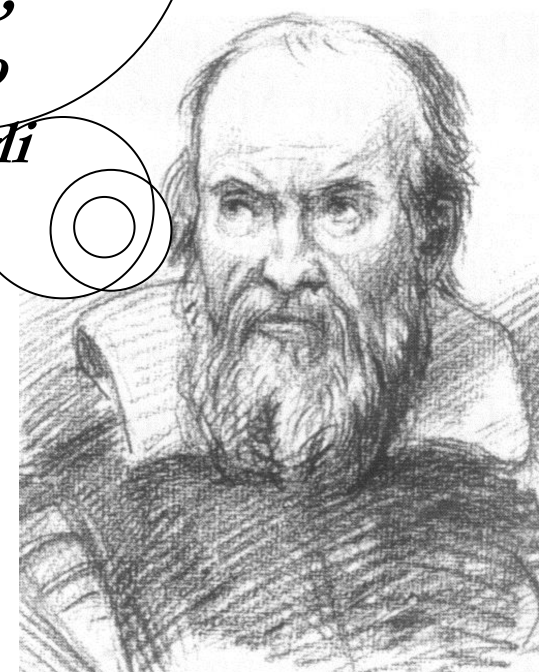
VARIAZIONE DI AREE E PERIMETRI

«Quelli che non hanno nozioni di geometria, se devono determinare, come spesso accade, la grandezza di diverse città, intera cognizione gli par d'averne ogni volta che sanno la misura dei loro recinti, ignorando che può essere un recinto uguale a un altro, ma la piazza contenuta da questo, assai maggiore della piazza contenuta da quello»

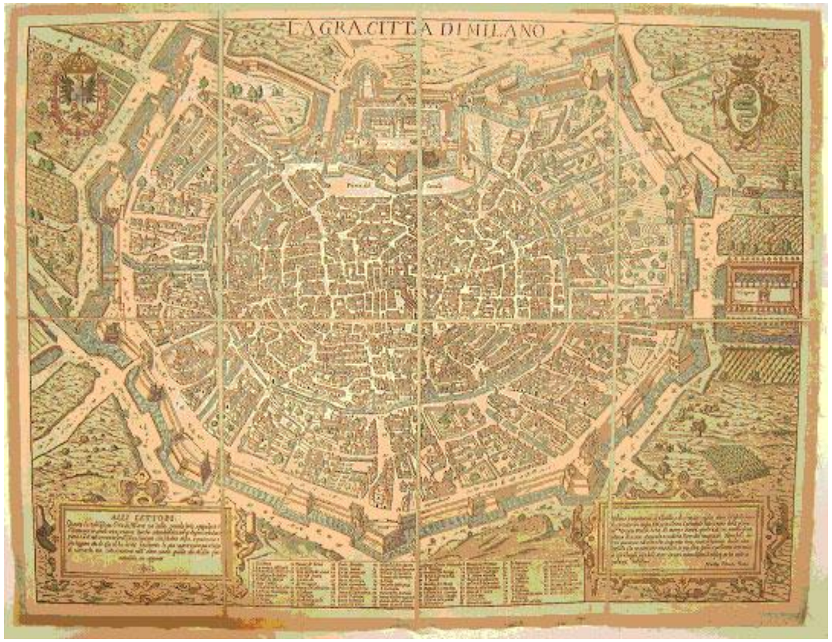
Galileo Galilei 1638

I concetti di perimetro e area,
messi a confronto,
vengono a chiarirsi reciprocamente.

… ignorando che può essere un recinto eguale a un altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello: il che accade non solamente tra le superfici irregolari, ma anche tra le regolari, delle quali quelle di più lati son sempre più capaci di quelle di manco lati, sì che in ultimo il cerchio, come poligono di lati infiniti, è capacissimo sopra tutti gli altri poligoni di ugual circuito…



Città medioevali



Milano

Parma

Firenze

Viterbo

Il problema delle piazze

In un paese ci sono due piazze: piazza XXV Aprile e piazza Garibaldi.

Il perimetro della prima è maggiore del perimetro della seconda.

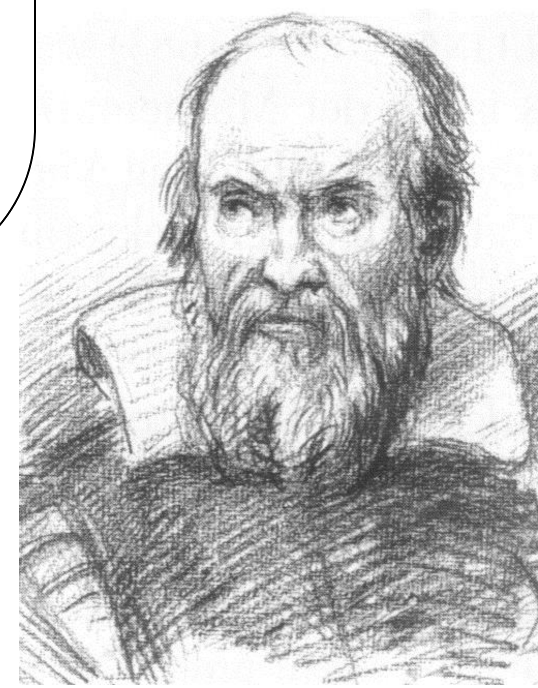
Quale delle due piazze ha area maggiore?

?

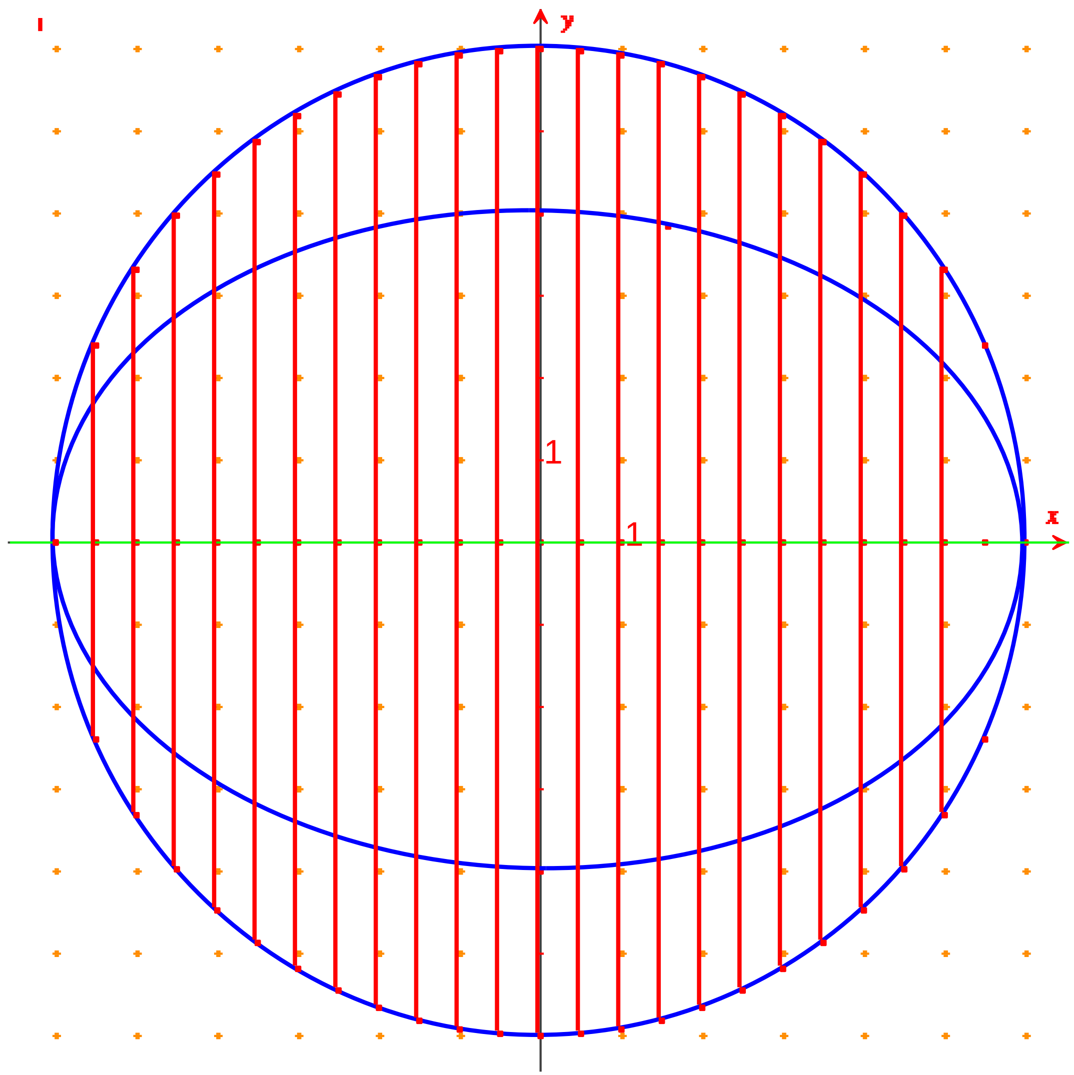
Maggior perimetro → ***Maggior area***

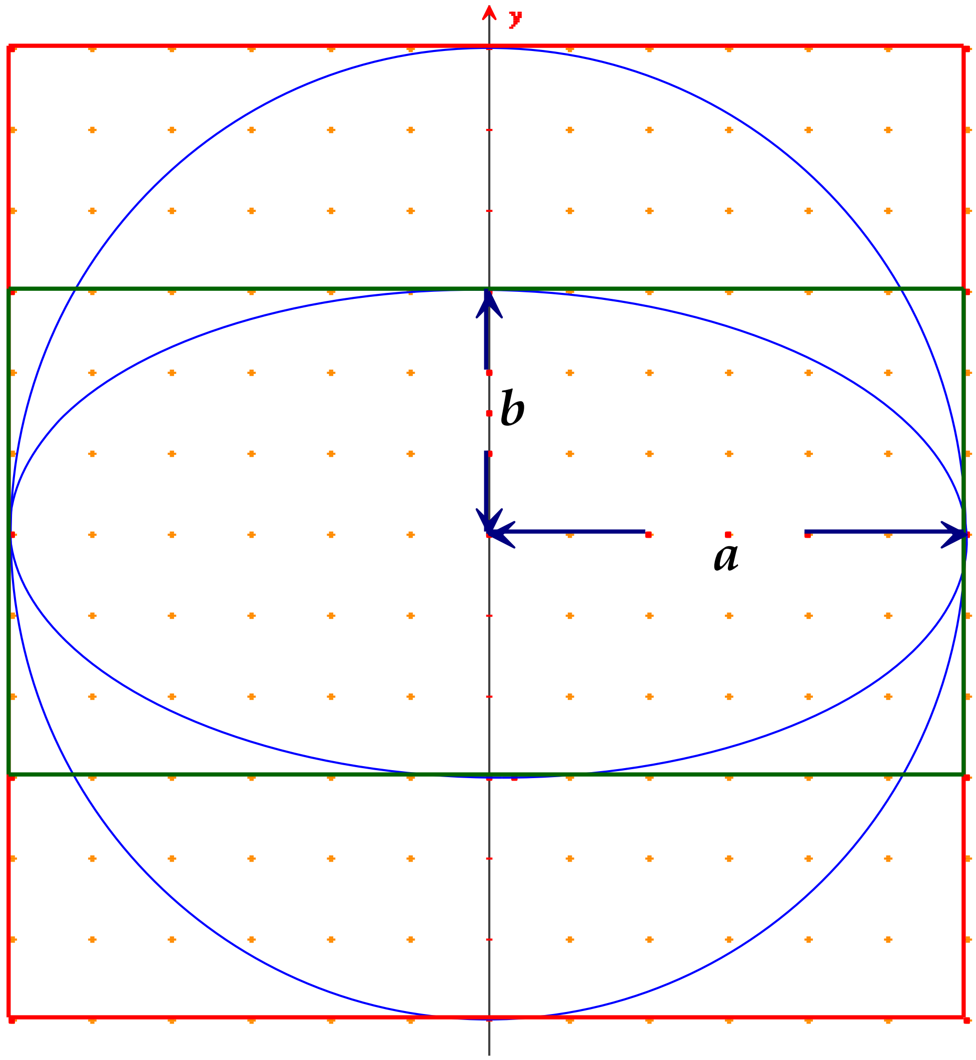
"…Di qui s'intende la ragione d'un accidente che non senza meraviglia vien sentito dal popolo; ed è, come possa essere che il medesimo pezzo di tela più lungo per un verso che per l'altro, se se ne facesse un sacco da tenervi dentro del grano, come si costuma fare con un fondo di tavola, terrà più servendoci per l'altezza del sacco della minor misura della tela e con l'altra circondando la tavola del fondo, che facendo per l'opposito …"

I sacchi di Galilei



Area di una superficie ellittica

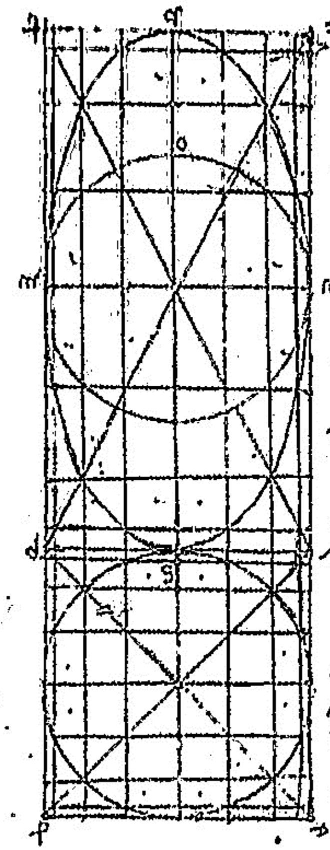


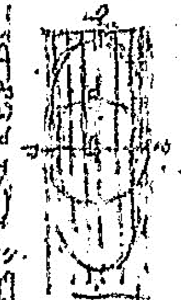


Area(cerchio) : Area(ellisse) = Area(quadrato) : Area(rettangolo)

$$\pi \boldsymbol{a}^2 : \boldsymbol{Area}(\text{sup.ellittica}) = \boldsymbol{4a^2 : 4ab}$$

$$\boldsymbol{Area(sup.ellittica) = \pi ab}$$





Ecco come **Platone** descrive la costruzione dei cinque poliedri regolari:

"Se quattro triangoli equilateri si compongono insieme, essi formano per ogni tre angoli piani un angolo solido … e di quattro angoli siffatti si compone la prima specie solida … si tratta del ***tetraedro****, che è germe del* ***fuoco****.*

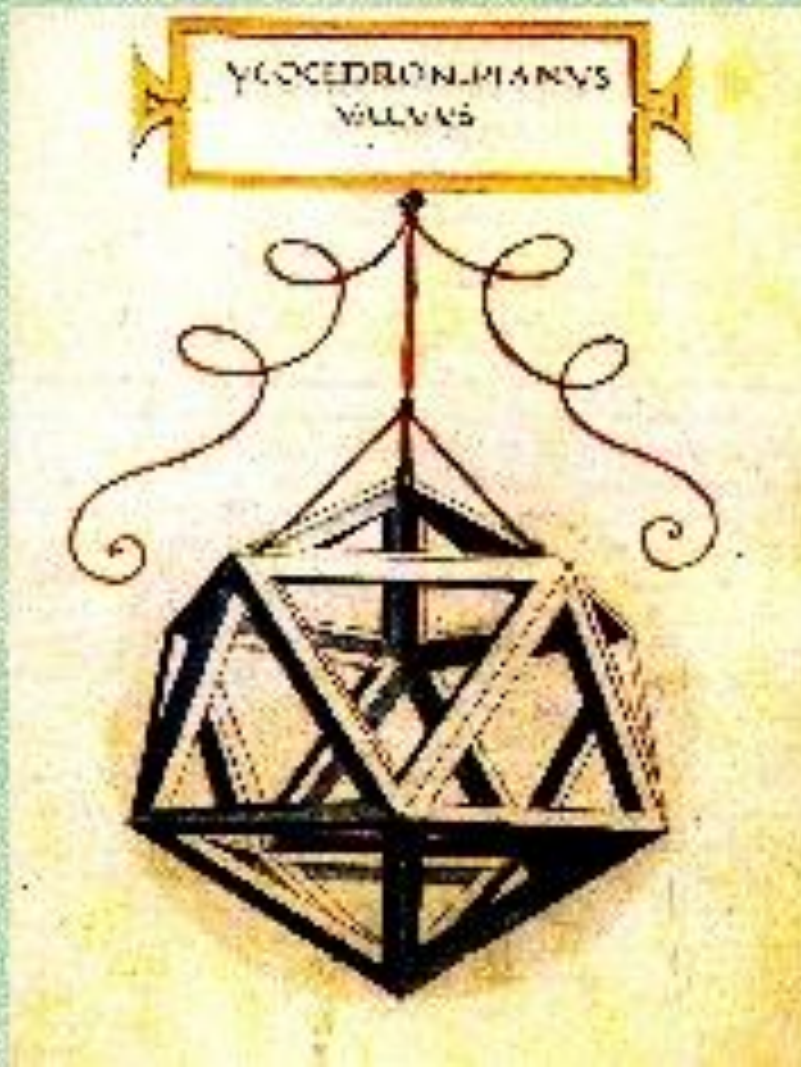
*"La seconda specie, poi, si forma degli stessi triangoli, riuniti insieme in otto triangoli equilateri … e diciamo la seconda per generazione quella dell'****aria****, … è l'****ottaedro****.*

*“La terza specie è poi formata di venti triangoli equilateri … è quella dell’***acqua***, l’***icosaedro***”*

“… la quarta specie ha la forma cubica … attribuendo questa forma alla **terra***. È il* **cubo**

“Restava una quinta combinazione e dio se ne giovò per decorare l’universo, il **dodecaedro**

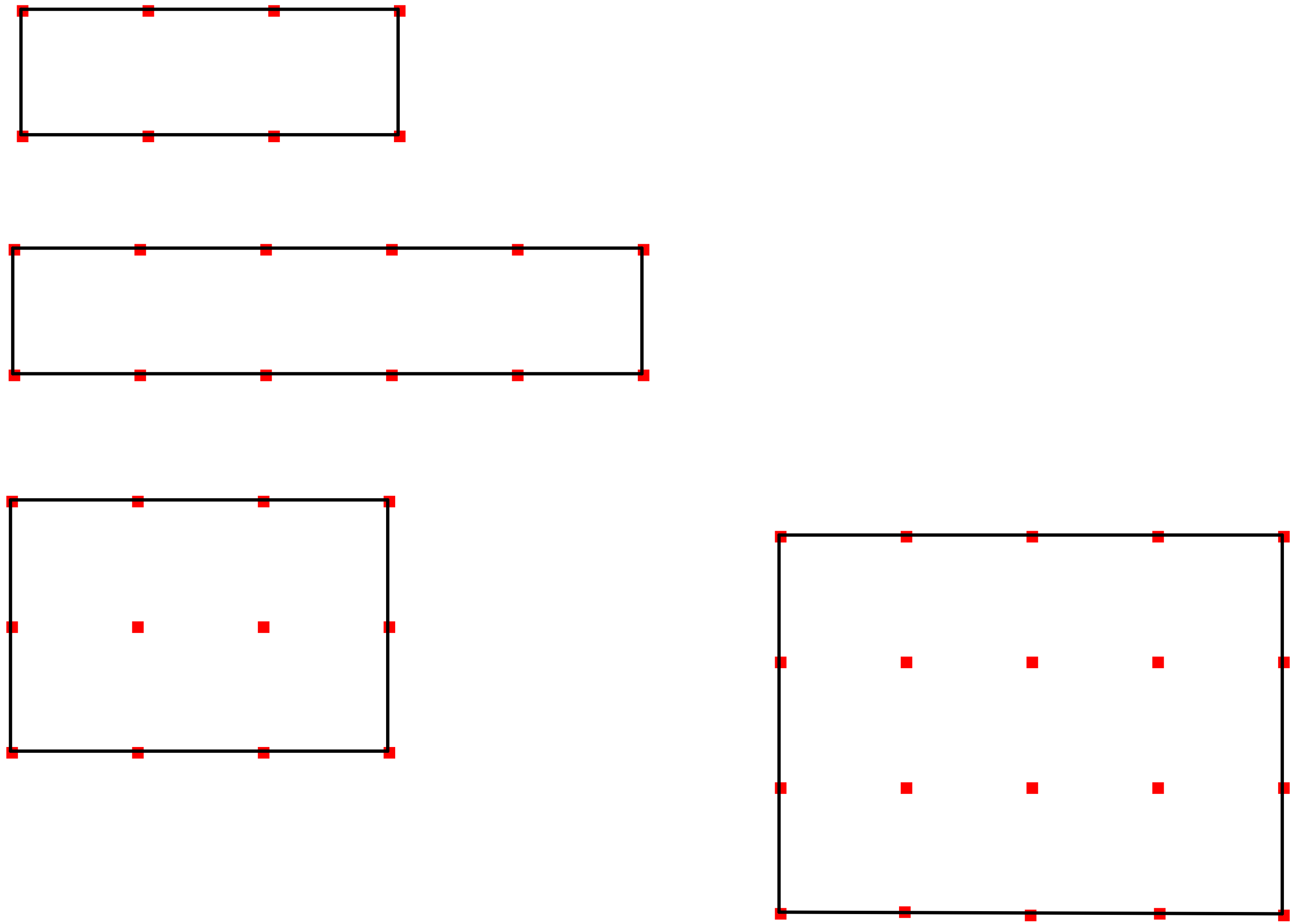
Luca Pacioli : De divina proportione




DVODECEDRON PLA
NVS SOLIDVS

Sul geopiano, esiste un legame tra area di una superficie e numero di chiodi che interessano la superficie stessa?

Area	Chiodi interni	Chiodi sul contorno	Formula

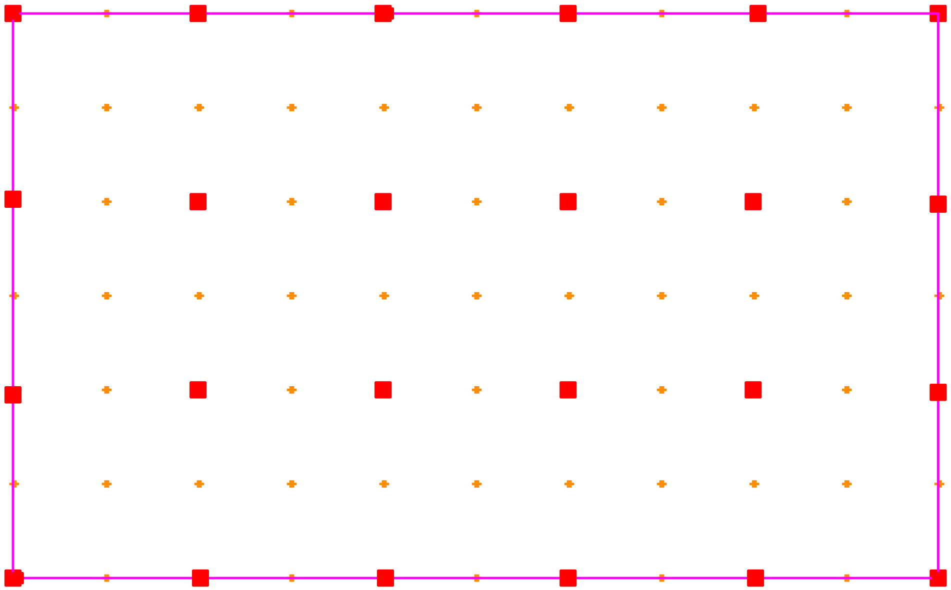


Teorema di Pick (1899)

L'area di una superficie (senza buchi) disegnata su un geopiano è uguale alla somma del numero ***i*** di chiodi interni alla superficie e della metà del numero

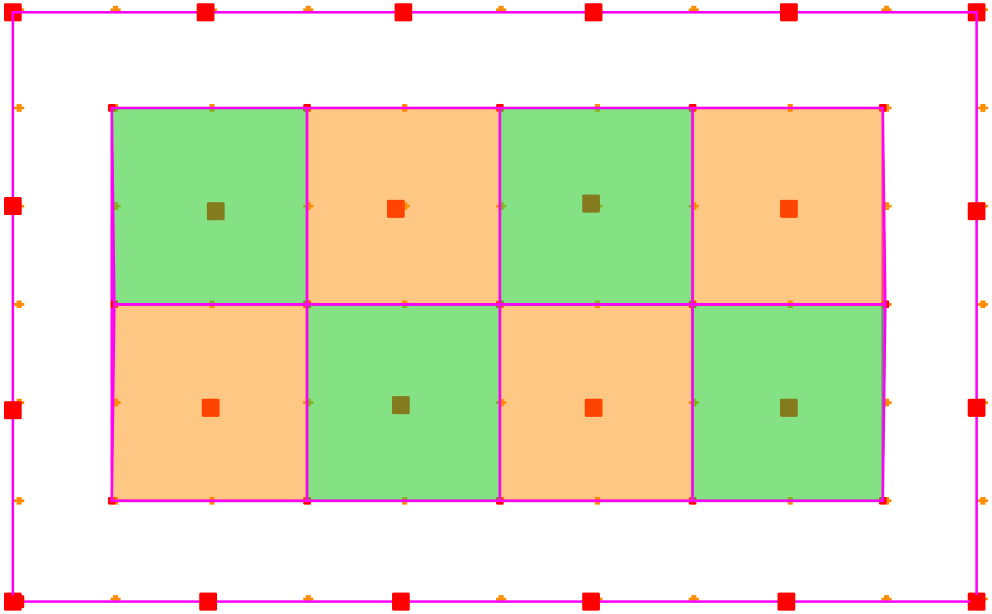
$\frac{c}{2}$ di chiodi del suo contorno, diminuita di una unità.

$$A = i + \frac{c}{2} - 1$$



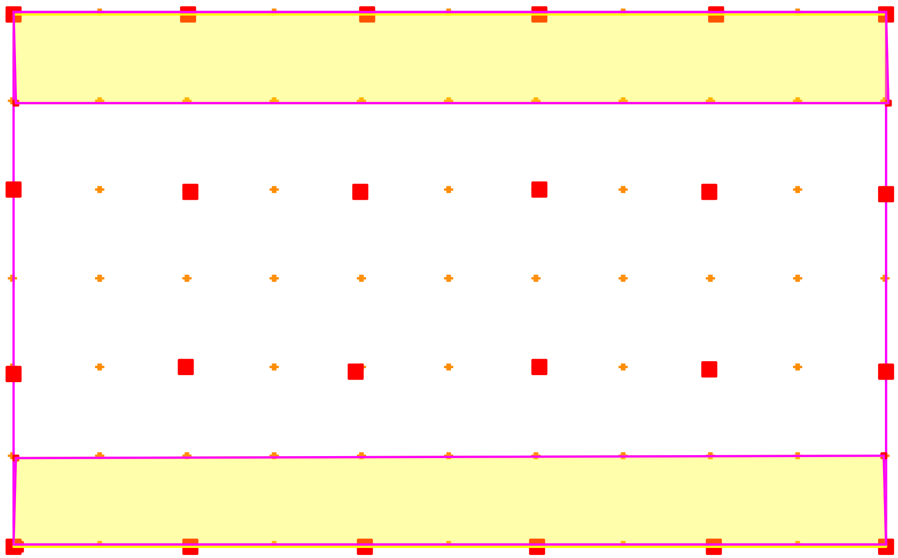
Area del rettangolo interno:

A = 4 x 2 = 8 unità di area

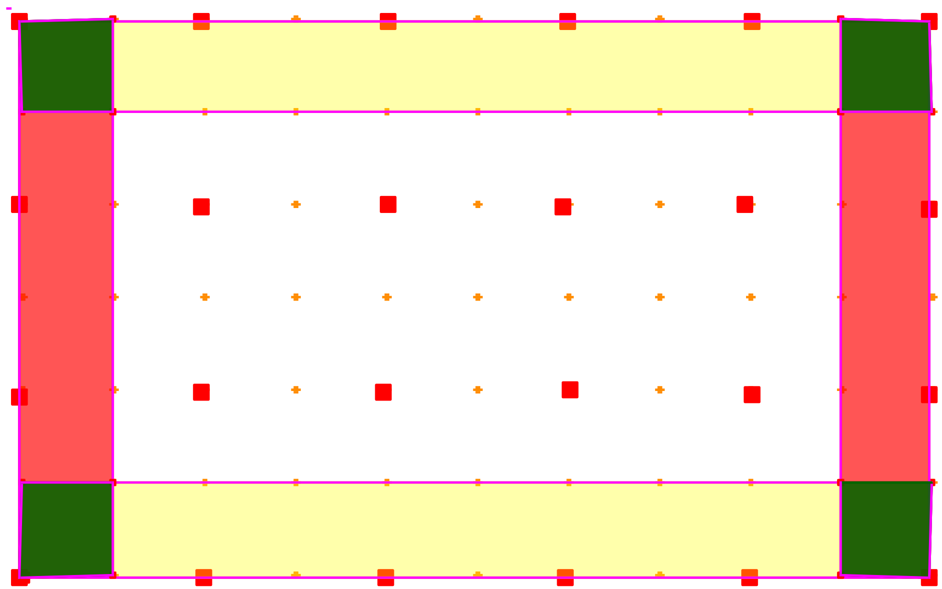


È come se ogni chiodo interno fosse il rappresentante di una unità di area!

Area delle due strisce rettangolari = 5 unità di area



Area delle due strisce verticali = 3 unità di area

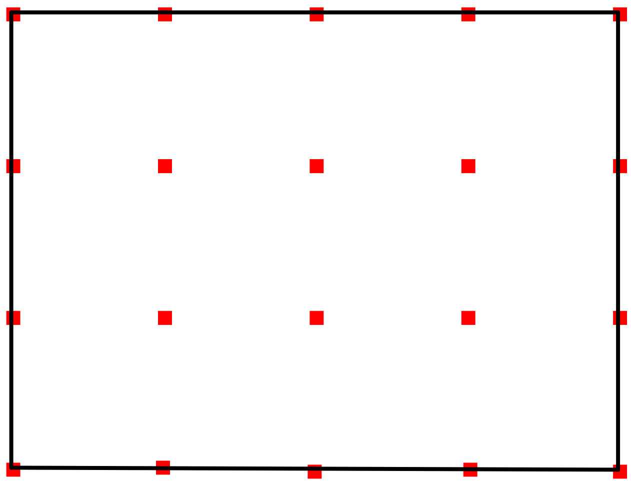


Area dell'intera cornice = $5+3-4\cdot\frac{1}{4}=8-1$

Teorema di Pick per il rettangolo:

$$A=i+\frac{c}{2}-1$$

Ma, una superficie generica...



Argomentiamo